

---

**ETUDE DE CAS**

---

**La Maîtrise Statistique des Procédés :**  
**Application des cartes de contrôle aux mesures et**  
**aux attributs de Shewhart dans une société de**  
**fabrication de boisson nectar de fruit**

**Elaborée par :**

**Zaid Bennour**

**(zaidbennour79@gmail.com)**

**Technologue en Méthodes Quantitatives en Economie et gestion**

**Institut Supérieur des Etudes Technologiques de Médenine**

---

---

## **Note Pédagogique**

### **Titre de la ressource pédagogique:**

La Maîtrise Statistique des Procédés : Application des cartes de contrôle aux mesures et aux attributs de Shewhart dans une société de fabrication de boisson nectar de fruit

### **Résumé :**

L'étude de cas « Application des cartes de contrôle aux mesures et aux attributs de Shewhart dans une société de fabrication de boisson nectar de fruit » explique la démarche adoptée par une entreprise pour appliquer les cartes de contrôle aux mesures et aux attributs de Shewhart. En effet, dans une société de fabrication de boisson nectar de fruit, les cartes aux mesures sont appliquées pour contrôler les caractères mesurables du boisson et celles aux attributs sont utilisées pour contrôler l'emballage du boisson.

Cette étude de cas met en évidence les différents types et phases de ces cartes ainsi que les formules utilisées pour les tracer et les règles de décisions utilisées pour les interpréter.

### **Mots clés**

Maîtrise statistique des procédés - Contrôle statistique de la qualité - Cartes aux mesures - Cartes au attributs - Processus sous contrôle - Processus hors contrôle - Limites de contrôle - Limites de surveillance - Variabilité - Causes communes - Causes spécifiques - Excel.

### **Objectif Général**

Comprendre l'application des cartes de contrôle aux mesures et aux attributs.

### **Objectifs spécifiques**

- Distinguer entre les cartes de contrôle aux mesures et celles de contrôle aux attributs.
- Connaitre les types de cartes de contrôle aux mesures et ceux de contrôle aux attributs,
- Savoir calculer les limites de contrôle pour chaque carte,
- Savoir tracer et interpréter chaque carte.

### **Outils d'analyse**

- Vidéo projecteur
- Laboratoire informatique équipé de logiciel Excel
- Tableau blanc
- Tables des coefficients de Shewhart
- Table de la loi Normale centrée et réduite

### **Suggestions d'animation**

- Visite industrielle de la société de fabrication du boisson nectar de fruit pour visualiser les produits finis et les composantes ainsi que les méthodes de contrôle de la qualité.
- Présentation du cas en classe : mettre l'accent sur l'importance des cartes de Shewhart pour résoudre les questions posées dans ce cas.
- Diviser la classe en groupes de deux étudiants par PC
- Discussion plénière pour chaque question

# Sommaire

<b>Enoncés .....</b>	<b>1</b>
----------------------	----------

<b>Questions .....</b>	<b>5</b>
------------------------	----------

Partie 1: Préparation du fichier Excel .....	5
--	---

Partie 2: La Maitrise Statistique des Procédés (MSP) .....	5
--	---

Partie 3: Les cartes de contrôle aux mesures .....	5
--	---

Partie 4: Les cartes de contrôle aux attributs .....	5
--	---

<b>Éléments de correction .....</b>	<b>7</b>
-------------------------------------	----------

Partie 1: Préparation du fichier Excel .....	7
--	---

Partie 2: La Maitrise Statistique des Procédés (MSP) .....	7
--	---

Partie 3: Les cartes de contrôle aux mesures .....	10
--	----

Partie 4: Les cartes de contrôle aux attributs .....	21
--	----

## Bibliographie

## Annexe

## Enoncés

Une société spécialisée dans la production des différents types de jus de fruit. parmi les boissons fabriqués on trouve le nectar de fruit.

Les nectars de fruits sont obtenus en ajoutant de l'eau et/ou du sucre à un jus de fruit et/ou jus à base concentré et/ou de purée de fruits.

Dans cette société les composantes essentielles du nectar de fruit sont l'eau, le jus concentré et le sucre.

Le jus fabriqué est conditionné dans des bouteilles en PET de 1 litre spécifiques pour les liquides alimentaires. Ces bouteilles sont fabriquées dans la société en utilisant une préforme en PET. La préforme est soufflée dans la cavité d'un moule de manière à former un emballage, l'emballage est ensuite retiré de la cavité du moule pour être rempli par le jus. Après, l'emballage est fermé par un bouchon d'une façon étanche. Enfin une étiquette est collée sur la bouteille remplie avant de passer à l'impression de la date de fabrication et de la date limite de la consommation.

L'usine de fabrication du nectar de fruit fonctionne en deux équipes pendant six jours par semaine. L'équipe numéro 1 travaille de 7 h 30mn à 14h 30mn, et la deuxième équipe de 14h 30mn à 21h 30mn. Après 21h 30mn juste l'équipe de la maintenance intervient et n'y pas de production.

Le contrôle de la qualité dans cette société concerne deux éléments qui sont le jus et l'emballage:

- Le jus est contrôlé par plusieurs indicateurs mesurables, à savoir les Glucides, les protéines, les Lipides, le Potassium, le Volume... Dans ce cas on va s'intéresser au contrôle du Glucide et du Volume de jus dans la bouteille par les cartes de contrôle aux mesures.
- L'emballage est contrôlé à trois niveaux, on commence par contrôler la conformité de l'emballage, s'il est non conforme on calcule le nombre de défauts (non-conformité) et on spécifie le(s) défaut(s) trouvé(s). Trois défauts sont considérés pour expliquer la non-conformité d'un emballage, le défaut au niveau du bouteille, au niveau du bouchon ou bien au niveau de l'étiquette. Et dans ce cas la société utilise les cartes de contrôle aux attributs.

Le processus de contrôle de la qualité peut être décrit comme suit:

On prélève chaque jour 10 échantillons de 5 bouteilles chacun, le prélèvement commence une heure après le démarrage (8h 30mn pour l'équipe 1 et 15h 30mn pour l'équipe 2) ensuite il est réparti sur l'horaire du travail avec un intervalle de 1h 30mn.

	Equipe 1					Equipe 2				
Echantillon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
heure de prélèvement	8h30mn	10h	11h30mn	13h	14h30mn	15h30mn	17h	18h30mn	20h	21h30mn

Planning de prélèvements des échantillons par jour



échantillons. Les limites de ces cartes ainsi que les graphiques sont représentés dans une feuille Excel de ce type:

	$n_i$	$d_i$	$p_i$	$c_i$	$c_{i1}$	$c_{i2}$	$c_{i3}$	Carte P			Carte c		
								LC	LIC	LSC	LC	LIC	LSC
1													
2													
3													
4													
5													
6													

Avec:

- $n_i$ : la taille de l'échantillon  $i$  (50 unités)
  - $d_i$ : le nombre des emballages non conforme dans l'échantillon  $i$ ,
  - $p_i$ : la proportion des emballages non conforme dans l'échantillon  $i$  ( $p_i=d_i/n_i$ ),
  - $c_i$  : le nombre de défauts dans l'échantillon  $i$ ,
  - $c_{i1}$ ,  $c_{i2}$  et  $c_{i3}$  sont respectivement le nombre de défauts dans la bouteille, le bouchon et l'étiquette dans l'échantillon  $i$ .
  - o Le contrôle de la qualité dans cette société se fait selon les normes suivantes:
    - Les glucides doivent vérifier 11 grammes/litre avec un écart-type de 0.5 gramme,
    - Le volume doit vérifier 1000 ml (millilitre) avec un écart-type de 15 ml,
    - La proportion des emballages non conforme est de 2%,
    - Le nombre de défauts est de 6 par échantillon de 50 bouteilles.
  - o Les données relatives aux prélèvements de la première semaine du mois d'Avril sont les suivantes:
    - Les valeurs des glucides et des volumes de chaque échantillon sont saisies directement dans le feuille Excel,
    - Pour le contrôle de la conformité de l'emballage on saisit 1 s'il est non conforme et 0 s'il est conforme dans la partie "Conformité de l'emballage",
    - Pour un emballage non conforme on saisit le nombre de défauts dans la partie "Nombre de défaut dans l'emballage",
    - Le nombre de défauts saisie est expliqué dans parties "Défaut de bouteille", "Défaut de Bouchon" et "Défaut de l'étiquette" par le codage 1 s'il y a un défaut et 0 si non.
- Exemple:** l'emballage de la troisième unité de l'échantillon N°4, prélevé Lundi le 1 Avril 2019, est non conforme (**1**), cet emballage comprend deux défauts (**2**), il s'agit des défauts au niveau de bouteille (**1**) et au niveau de l'étiquette (**1**).

jours	équipes	prélèvements	heure	Glucides					Volume					Conformité de l'emballage					Nombre de défaut dans l'emballage					Défaut de bouteille					Défaut de Bouchon					Défaut de l'étiquette				
				1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
lundi 1 avril 2019	1	1	8h30mn	11,08	11,25	9,55	10,37	10,63	1027,50	992,93	1036,99	1035,98	992,42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		2	10h	11,00	11,05	10,92	11,49	11,23	1017,01	999,25	991,29	971,61	1014,59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		3	11h30mn	11,17	11,02	11,02	10,86	10,87	1014,56	973,07	989,22	986,27	982,43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		4	13h	11,75	10,84	10,83	11,14	9,79	996,38	940,18	1001,61	980,87	1000,53	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		5	14h30mn	11,60	10,66	11,19	11,40	11,19	1025,39	979,14	1010,42	1000,28	1021,39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	6	15h30mn	10,97	11,06	9,29	10,47	11,03	998,95	994,04	1026,30	984,56	972,49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		7	17h	11,82	11,25	10,87	11,36	10,40	1020,62	981,40	1002,40	1002,28	1000,11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		8	18h30mn	10,60	11,26	11,96	9,92	11,22	976,42	986,09	1007,61	998,96	997,89	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		9	20h	12,19	11,18	9,49	11,45	11,43	983,15	1005,16	1012,85	1006,34	1004,71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		10	21h30mn	10,66	11,64	9,89	10,86	11,64	1014,82	995,16	1008,51	996,79	1011,66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
mardi 2 avril 2019	1	11	8h30mn	10,88	10,71	11,33	10,70	11,59	1008,23	988,07	1011,31	1005,47	989,08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		12	10h	11,58	10,98	11,44	11,08	11,95	1004,21	992,29	994,81	971,06	995,26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		13	11h30mn	10,86	11,05	10,22	11,12	9,80	1009,31	976,56	1003,68	1000,34	994,66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		14	13h	11,23	11,33	12,31	10,57	11,18	976,21	990,93	996,96	1002,40	1002,28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		15	14h30mn	10,77	11,10	10,78	10,06	10,70	1030,83	1004,36	1002,37	971,26	1000,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	16	15h30mn	11,20	11,29	10,35	11,68	9,86	1002,44	970,39	985,18	979,30	994,38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		17	17h	10,73	10,37	10,59	10,05	9,40	1017,77	1003,23	1014,11	999,91	1000,52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		18	18h30mn	11,28	11,75	9,64	12,09	11,41	1021,12	971,64	990,24	990,14	1019,95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		19	20h	10,81	10,19	11,03	10,77	9,93	1010,17	1004,20	973,59	1024,52	998,21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		20	21h30mn	11,55	12,19	12,00	10,63	10,71	1016,98	993,23	1012,40	996,00	993,74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
mercredi 3 avril 2019	1	21	8h30mn	12,13	11,56	11,59	10,81	10,60	984,33	985,35	1008,28	982,63	991,43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		22	10h	10,99	11,00	10,46	11,03	9,67	1021,56	985,97	1005,82	977,60	1011,34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		23	11h30mn	10,79	11,79	10,56	10,56	10,72	986,81	1001,04	1011,92	991,64	978,34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		24	13h	11,54	9,60	11,26	11,64	10,16	983,57	994,51	1012,26	984,38	994,44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		25	14h30mn	10,83	11,19	10,62	10,31	10,31	986,35	1000,14	995,34	999,40	1000,58	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	26	15h30mn	11,44	10,21	10,44	11,13	10,42	990,12	996,58	993,13	989,26	994,34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		27	17h	10,75	11,17	10,97	11,09	10,84	1015,61	998,25	1022,48	980,57	1031,88	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		28	18h30mn	10,58	9,91	10,45	11,32	11,02	985,45	985,93	982,17	954,76	987,56	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		29	20h	10,69	11,36	9,58	11,04	11,19	990,82	994,61	1008,82	977,95	1030,45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		30	21h30mn	10,57	10,99	10,77	10,27	10,86	1002,59	989,09	1003,56	1013,95	972,98	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
jeudi 4 avril 2019	1	31	8h30mn	11,23	10,84	11,36	11,69	10,89	1002,29	990,43	993,96	991,83	997,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		32	10h	11,17	10,95	11,05	11,12	11,08	988,69	988,04	994,46	974,51	1016,69	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
		33	11h30mn	11,38	11,46	11,75	11,33	10,80	964,14	992,81	981,05	1001,80	994,50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		34	13h	11,41	11,77	10,78	11,43	11,32	981,68	996,25	980,10	977,73	1004,30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		35	14h30mn	11,04	10,97	10,42	10,95	10,75	981,14	986,73	1010,57	982,31	1018,22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	36	15h30mn	11,73	11,12	11,94	11,34	10,91	981,25	999,69	1016,09	1007,71	990,53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		37	17h	10,13	11,48	11,11	10,87	11,37	991,37	996,70	988,64	974,20	997,65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		38	18h30mn	11,80	11,19	10,69	11,47	10,39	990,63	991,49	970,94	967,49	994,92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		39	20h	12,19	12,22	10,41	11,27	10,85	985,67	993,15	974,12	999,59	1011,76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		40	21h30mn	10,79	11,70	9,87	11,06	10,80	993,86	997,79	983,43	987,26	992,45	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
vendredi 5 avril 2019	1	41	8h30mn	11,54	10,30	9,76	11,17	10,90	1006,41	995,99	997,35	1009,41	983,61	0	0	0																						

# Questions

## Partie 1: Préparation du fichier Excel

Cette partie est consacrée à la préparation du fichier Excel qui rassemble les trois feuilles déjà mentionnées dans la partie "Enoncé".

On vous demande de:

1. Créer un fichier Excel qui comprend les trois feuilles Excel, feuille "données, feuille "cartes au mesures" et feuille "carte aux attributs",
2. Saisir les données relatives à la feuille 1,
3. Utiliser les formules Excel pour calculer les valeurs inconnues de la feuille 2: les moyennes, les écart-types, les étendues et les limites des trois cartes aux mesures.
4. Utiliser les formules Excel pour calculer les valeurs inconnues de la feuille 3:  $d_i$ ,  $p_i$ ,  $c_i$ ,  $c_{i1}$ ,  $c_{i2}$ ,  $c_{i3}$  et les limites de trois cartes.
5. Penser à un modèle Excel qui permet de générer automatiquement les cartes de contrôles aux mesures et aux attributs.

## Partie 2: La Maitrise Statistique des Procédés (MSP)

On vous demande de:

1. Définir et expliquer la notion de la MSP,
2. Définir et expliquer brièvement les outils de la MSP,
3. Définir et expliquer les cartes de contrôle.

## Partie 3: Les cartes de contrôle aux mesures

La société utilise habituellement les cartes de contrôle aux mesures de Shewhart, à savoir les cartes  $(\bar{X},R)$  et les cartes  $(\bar{X},S)$  de phase II.

On vous demande:

1. D'expliquer l'utilisation des cartes aux mesures de phase II,
2. D'appliquer ces cartes pour les caractères Glucide et Volume et interpréter
3. On suppose que la société ne dispose pas de normes de contrôle:
  - a. Comment appliquer les cartes aux mesures dans cette situation?
  - b. Appliquer et interpréter ces cartes.
4. Calculer les limites de surveillances des cartes aux mesures, expliquer l'utilisation de ces limites ensuite tracer ces cartes avec ces limites et interpréter

## Partie 4: Les cartes de contrôle aux attributs

La société utilise habituellement les cartes de contrôle aux attributs de Shewhart, à savoir la carte P et la carte c de phase II.

On vous demande de:

1. Expliquer l'utilisation des cartes aux mesures de phase II,
2. Appliquer et interpréter les cartes P et c pour cette société,
3. On suppose que la société ne dispose pas de normes de contrôle:
  - a. Comment appliquer les cartes aux mesures dans cette situation?
  - b. Appliquer et interpréter ces cartes.
4. Y a-t-il d'autres cartes aux attributs que la société peut utiliser? si oui expliquer, tracer et interpréter ces cartes,
5. Le service de la comptabilité analytique de la société montre que les coûts unitaires de fabrication de bouteille, de bouchon et de l'étiquette sont respectivement 0.075 DT, 0.03 DT et 0.01 DT.
  - a. Qu'est-ce que cette information vous ajoute en terme de contrôle de la qualité?
  - b. Appliquer et interpréter la carte

# Eléments de correction

## Partie 1: Préparation du fichier Excel

Vous trouvez dans la correction des parties suivantes des captures des feuilles Excel utilisées pour faire le calcul et pour tracer les cartes de contrôle aux mesure et aux attributs

## Partie 2: La Maitrise Statistique des Procédés (MSP)

### 1. Définir et expliquer la notion de la MSP

La MSP est une méthode de surveillance d'un processus afin d'identifier des causes spécifiques de variation et signaler le besoin de prendre des actions correctives, quand c'est approprié.

D'une manière générale, sous le vocable de la MSP est regroupé l'ensemble des outils graphiques et statistiques d'analyse et de pilotage d'une production

Les concepts de base sur lesquels repose l'application de la MSP sont les suivants:

- Le suivi de la variabilité et le pilotage d'un processus au moyen des cartes de contrôle,
- L'évaluation de l'aptitude des procédés par le calcul des capacités.

L'analyse des sources de variabilité:

- Les causes communes (aléatoires)
- Les causes spéciales (assignables)

### 2. Définir et expliquer brièvement les outils de la MSP:

- La feuille de relevé ou journal de suivi (ou de bord),
- L'histogramme,
- Le diagramme d'Ishikawa ou causes-effets,
- Le diagramme de Pareto,
- Le diagramme de concentration des défauts,
- Le diagramme de corrélation,
- La carte de contrôle

### 3. Définir et expliquer les cartes de contrôle.

#### Définition

La carte de contrôle de Shewhart est un outil graphique pour analyser si un procédé est sous contrôle statistique, sur ce graphique on fait correspondre un point à chacune des valeurs d'une statistique calculée à partir d'échantillons successifs prélevés dans une fabrication.

Chacun de ces points a pour *abscisse* le numéro de l'échantillon (ou son heure et jour de prélèvement) et pour *ordonnée* la valeur de la statistique calculée sur cet échantillon.

La carte contient aussi une *ligne centrale* qui représente la valeur moyenne de la statistique représentée quand le procédé est sous-contrôle et une ou deux autres limites appelées *limite supérieure de contrôle* (LSC) et *limite inférieure de contrôle* (LIC).

#### Types de cartes de contrôle

Il existe deux grandes classes de cartes de contrôle : les cartes de contrôle aux mesures (ou variables) et les cartes de contrôle aux *attributs*.

Une *variable* est par exemple une température, pression, viscosité, .... Ce type de caractéristique est mesurable ou repérable par un appareil de mesure. Pour chaque variable on contrôle la moyenne et la dispersion.

Les cartes aux mesures les plus utilisées sont:

- Carte ( $\bar{X}, S$ ) : Carte moyenne - écart-type,
- Carte ( $\bar{X}, R$ ) : Carte moyenne - étendue,

De nombreuses caractéristiques ne peuvent être mesurées sur une échelle continue. Dans ce cas, le produit est, en général, classé en conforme ou non-conforme en fonction d'un certain nombre de qualités attendues ou est caractérisé par le nombre de défauts apparaissant sur une unité produite. On parle alors de contrôle par *attribut*.

Les cartes aux attributs les plus utilisées sont:

- Carte (p): carte de contrôle de proportion des non-conformes,
- Carte (np): carte de contrôle de nombre des non-conformes,
- Carte (c): carte de contrôle de nombre des non-conformités,
- Carte (u): carte de contrôle de taux des non-conformités,
- Carte (D): carte de contrôle des démérites.

### Principe de la carte de contrôle

Les limites de contrôle supérieure et inférieure (LCS et LCI) sont respectivement placées à  $\pm 3$  écart-type de la limite centrale (LC).

Selon la sensibilité de chaque indicateur et l'urgence de prévenir l'apparition des causes spéciales, des limites de surveillance supérieure et inférieure (LSS et LSI) peuvent être rajoutées à la carte, ce qui augmente le nombre d'alertes. Les limites LSS et LSI sont distantes de  $\pm 2$  écart-type de la LC et de  $\pm 1$  écart-type de la LC.

Lorsque les points représentant les données pilotées apparaissent tous entre les limites de contrôle LCS et LIC, le processus est dit-on, uniquement soumis aux causes communes de variation et « statistiquement sous contrôle ». L'indicateur suit alors une courbe en cloche et est centré sur la cible (figure 1).

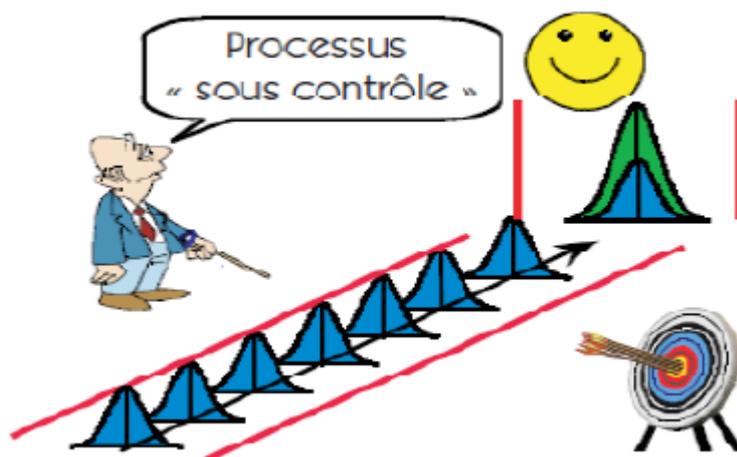


Figure 1 : processus sous contrôle

Si par contre, à un moment donné, l'indicateur franchit l'une des limites de contrôle LCS ou LCI, le processus n'est pas centré sur la cible, il est dit « hors contrôle » et témoigne de la présence d'une cause spéciale (figure 2).

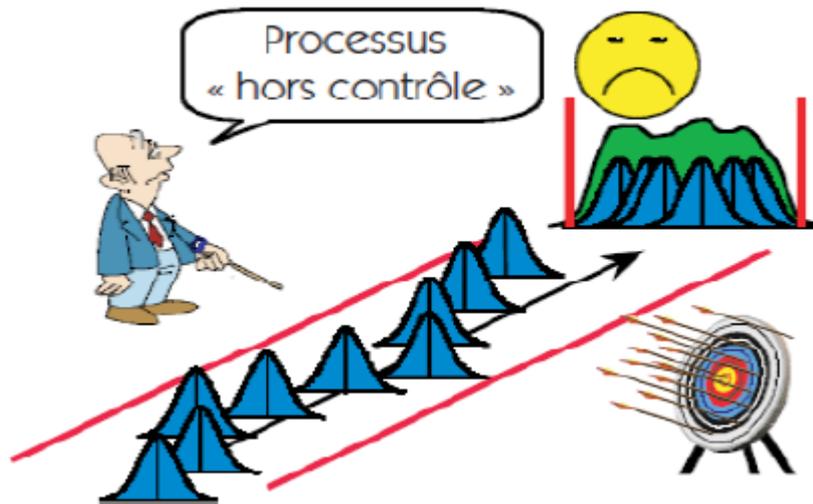


Figure 2 : processus « hors contrôle »

### Règle de décision

L'objectif premier de la carte de contrôle est de distinguer les **causes spéciales** de variation des **causes communes**. Plusieurs lignes directrices permettent de détecter l'apparition d'une cause spéciale de variation sur la carte de contrôle.

La première et seule règle qui soit appliquée systématiquement est celle de la sortie d'un échantillon (sous-groupe) en dehors des limites de contrôle : le processus est alors déclaré « hors contrôle » et il faut rechercher une cause spéciale (amélioration ou dégradation de la qualité selon la limite qui est franchie).

Un point situé à l'extérieur de l'intervalle (LIC , LSC) est le signal d'une instabilité du processus.

### Autres règles

D'autres règles permettant de détecter une cause spéciale, appelés règles de Western Electric Company (WECO) et règles de Nelson, sont largement recommandées. Ces règles viennent de compléter les règles habituelles des points dépassant les limites de contrôle.

- 9 points consécutifs du même côté de la ligne centrale
- 6 points consécutifs tous montant ou tous descendant
- 14 points consécutifs alternant au-dessus et au-dessous
- 2 sur 3 points  $> 2s$  de la ligne centrale (du même côté)
- 4 sur 5 points  $> 1s$  de la ligne centrale (du même côté)
- 15 points consécutifs  $< 1s$  de la ligne centrale (des deux côtés)
- 8 points consécutifs  $> 1s$  de la ligne centrale (des deux côtés)

### Remarque:

Les cartes de contrôle de Shewhart sont complétées avec des histogrammes, des diagrammes de flux, des diagrammes de causes à effet, des diagrammes de Pareto et des diagrammes-temps contribuent à la compréhension.

## Partie 3: Les cartes de contrôle aux mesures

### Remarques:

- Le prélèvement de 20 échantillons de taille 5 chacun vérifie la condition habituelle pour appliquer les cartes de contrôle aux mesures.
- Les prélèvements sont bien repartis sur le processus de fabrication
- Dans cette étude on va ignorer la vérification de la normalité des variables puisque le prélèvement se fait par échantillonnage et dans ce cas la distribution des moyennes d'échantillons se rapprochent d'une loi de Gauss.

### 1. Expliquer l'utilisation des cartes aux mesures de phase II

Les cartes aux mesures de **phase II**, appelées aussi cartes aux **valeurs standards**, sont utilisées lorsque le processus ne comprend pas des inconnus et la société dispose des valeurs cibles ou bien des normes à respecter. Il s'agit d'une moyenne  $\mu_0$  et d'un écart-type  $\sigma_0$ .

Dans ce cas on a:  $\mu_0=11$  et  $\sigma_0= 0.5$

### 2. Appliquer ces cartes pour les caractères Glucide et Volume et interpréter.

Puisque les normes sont connues on utilise les formules suivantes pour calculer les limites de contrôle:

#### Carte de la moyenne:

$$LC = \mu_0 \quad LSC = \mu_0 + 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \quad LIC = \mu_0 - 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$$

$$\text{On pose } A = 3/\sqrt{n}$$

$$LC = \mu_0 \quad LSC = \mu_0 + A\sigma_0 \quad LIC = \mu_0 - A\sigma_0$$

Avec ces limites on ajoute les points de coordonnées (i,  $\bar{X}_i$ ) (i présente l'indice de l'échantillon)

#### Carte de l'étendue:

$$LC = d_2\sigma_0 \quad LSC = d_2\sigma_0 + 3d_3\sigma_0 \quad LIC = d_2\sigma_0 - 3d_3\sigma_0$$

$$\text{On pose: } D_5 = \sup\{d_2 - 3d_3, 0\} \quad D_6 = d_2 + 3d_3$$

$$LC = d_2\sigma_0 \quad LSC = D_6\sigma_0 \quad LIC = D_5\sigma_0$$

Avec ces limites on ajoute les points des coordonnées (i,  $R_i$ ) (i présente l'indice de l'échantillon)

#### Carte de l'écart-type:

$$LC = c_4\sigma_0 \quad LSC = c_4\sigma_0 + 3\sqrt{1-c_4^2}.\sigma_0 \quad LIC = c_4\sigma_0 - 3\sqrt{1-c_4^2}.\sigma_0$$

$$\text{On pose: } B_5 = \sup\{c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2}, 0\} \quad B_6 = c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}$$

$$LC = c_4\sigma_0 \quad LSC = B_6\sigma_0 \quad LIC = B_5\sigma_0$$

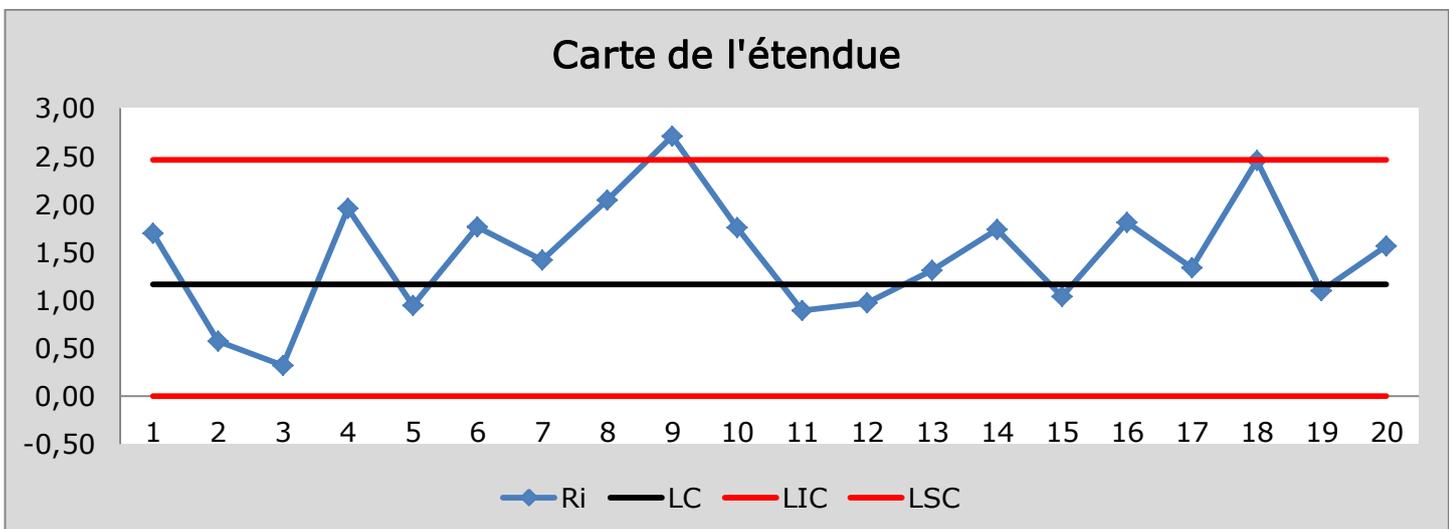
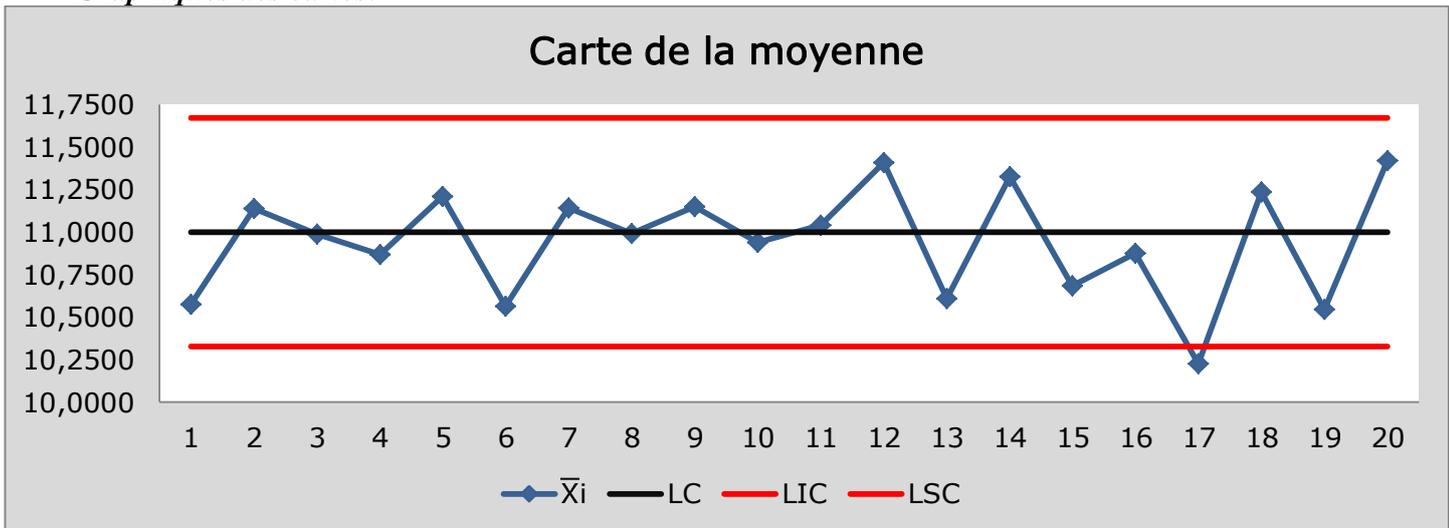
Avec ces limites on ajoute les points des coordonnées (i, Si) (i présente l'indice de l'échantillon)

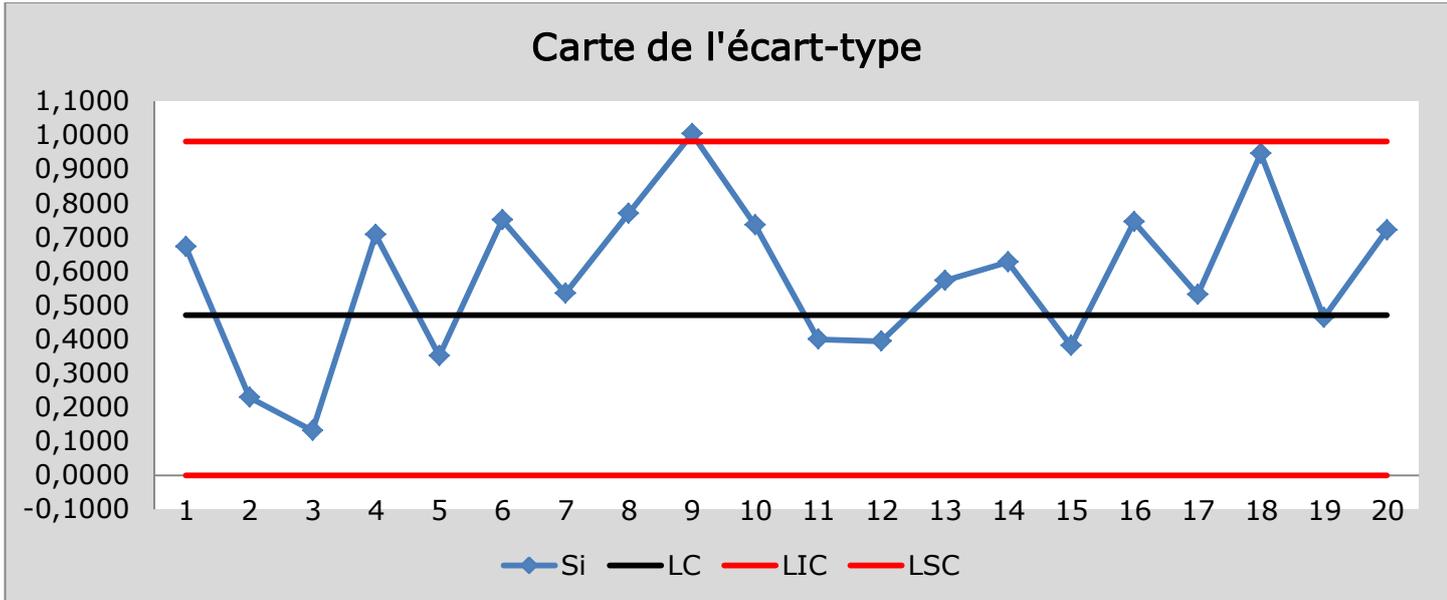
### Contrôle des Glucides

Calcul des valeurs  $\bar{X}_i$ ,  $R_i$ ,  $S_i$  et des limites des cartes:

	1	2	3	4	5	$\bar{X}_i$	$R_i$	$S_i$	Carte de la moyenne			Carte de l'étendue			Carte de l'écart-type		
									LC	LIC	LSC	LC	LIC	LSC	LC	LIC	LSC
1	11,08	11,25	9,55	10,37	10,63	10,5767	1,70	0,6719	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
2	11,00	11,05	10,92	11,49	11,23	11,1375	0,57	0,2285	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
3	11,17	11,02	11,02	10,86	10,87	10,9894	0,32	0,1298	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
4	11,75	10,84	10,83	11,14	9,79	10,8694	1,95	0,7075	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
5	11,60	10,66	11,19	11,40	11,19	11,2086	0,94	0,3514	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
6	10,97	11,06	9,29	10,47	11,03	10,5634	1,77	0,7509	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
7	11,82	11,25	10,87	11,36	10,40	11,1405	1,42	0,5339	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
8	10,60	11,26	11,96	9,92	11,22	10,9934	2,04	0,7685	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
9	12,19	11,18	9,49	11,45	11,43	11,1479	2,71	1,0038	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
10	10,66	11,64	9,89	10,86	11,64	10,9382	1,75	0,7360	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
11	10,88	10,71	11,33	10,70	11,59	11,0424	0,89	0,3992	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
12	11,58	10,98	11,44	11,08	11,95	11,4079	0,97	0,3940	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
13	10,86	11,05	10,22	11,12	9,80	10,6098	1,31	0,5727	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
14	11,23	11,33	12,31	10,57	11,18	11,3250	1,74	0,6260	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
15	10,77	11,10	10,78	10,06	10,70	10,6838	1,04	0,3806	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
16	11,20	11,29	10,35	11,68	9,86	10,8751	1,81	0,7447	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
17	10,73	10,37	10,59	10,05	9,40	10,2249	1,33	0,5308	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
18	11,28	11,75	9,64	12,09	11,41	11,2365	2,45	0,9461	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
19	10,81	10,19	11,03	10,77	9,93	10,5473	1,10	0,4641	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982
20	11,55	12,19	12,00	10,63	10,71	11,4187	1,56	0,7198	11	10,329	11,671	1,163	0	2,459	0,47	0	0,982

Graphiques des cartes:





**Interprétation:**

Pour interpréter ces cartes on choisit le couple (moyenne, étendue) ou bien le couple (moyenne, écart-type). La carte de la moyenne contrôle la tendance centrale de la caractéristique et les cartes de l'étendue et de l'écart-type contrôlent la variabilité du procédé.

On appliquant la règle de décision habituelle on remarque que:

- La carte de la moyenne montre un point qui sort des limites naturelles (échantillon 17),
- La carte de l'étendue montre un point qui sort des limites naturelles (échantillon 9),
- La carte de l'écart-type montre un point qui sort des limites naturelles (échantillon 9),

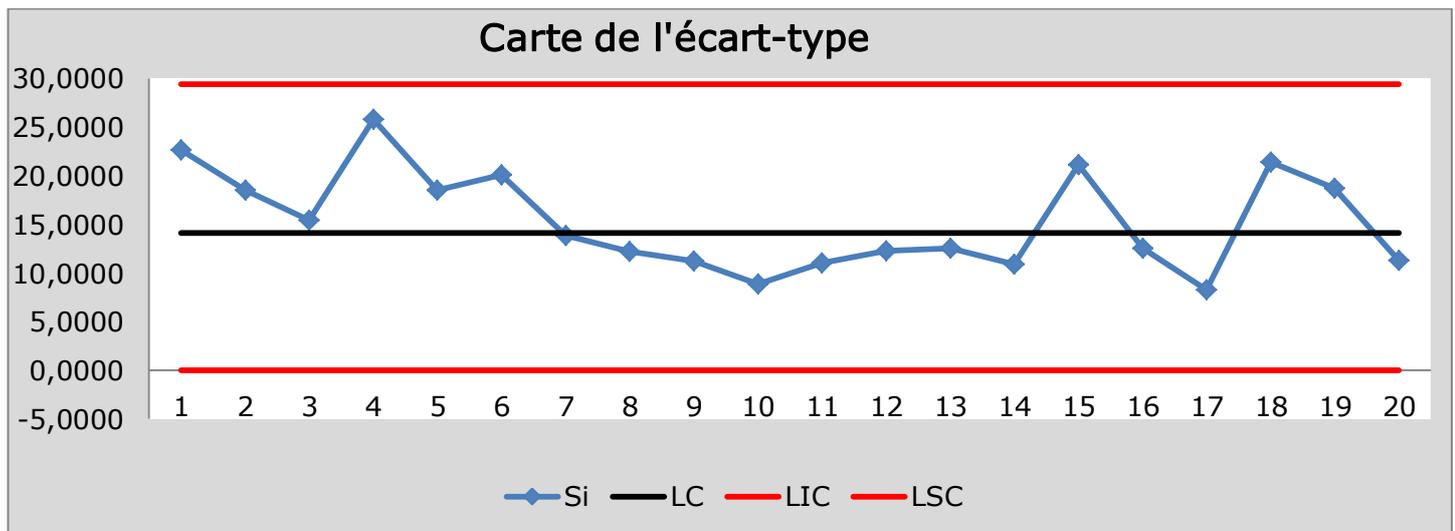
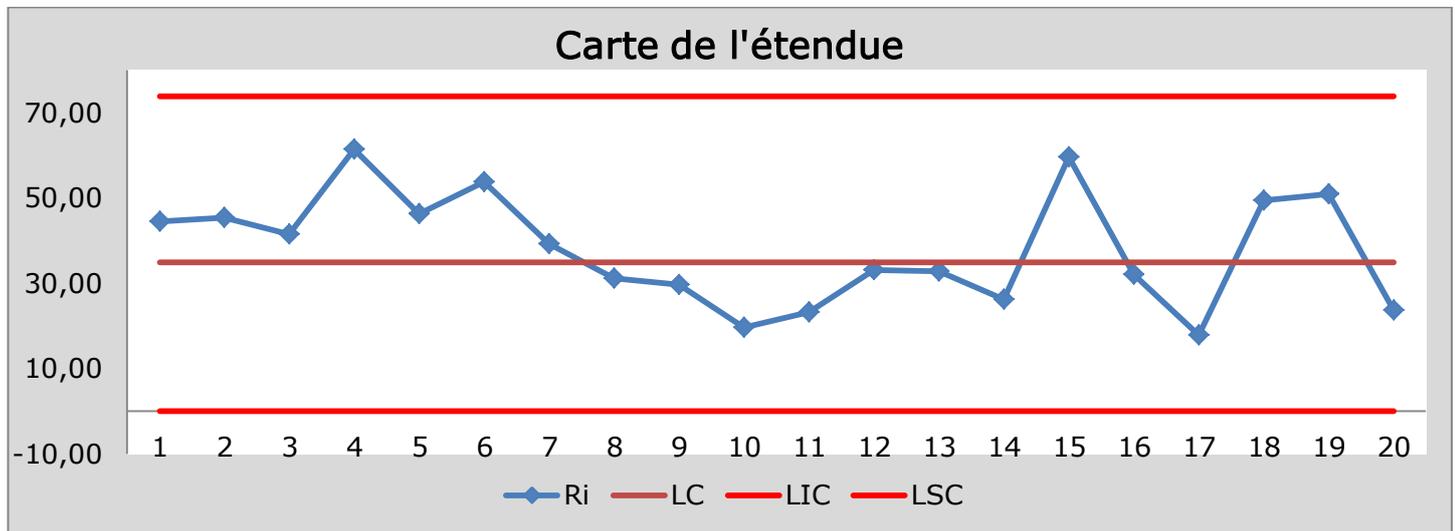
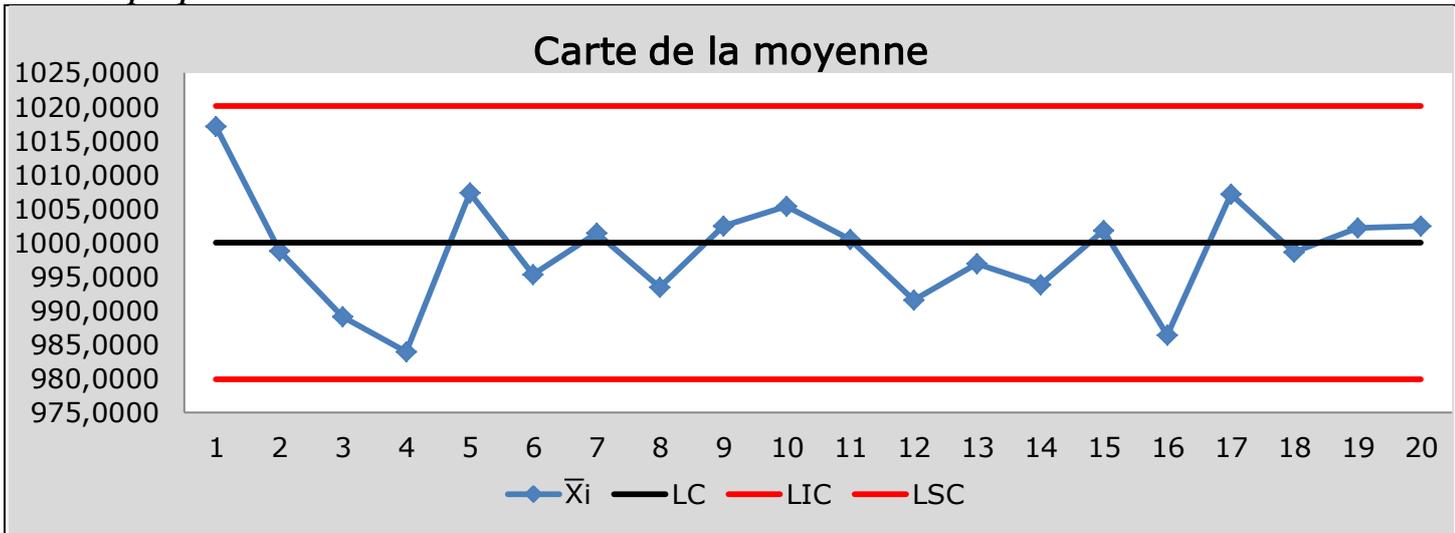
On dit que le processus est statistiquement hors contrôle et témoigne la présence d'une cause spéciale de variation qui nécessite une intervention. Cette intervention qui comprend la connaissance des causes et la réglage commence juste après le prélèvement de l'échantillon N°9 qui montre le premier signal d'une variation.

**Contrôle du Volume**

Calcul des valeurs  $\bar{x}_i$ ,  $R_i$ ,  $S_i$  et des limites des cartes:

						$\bar{X}_i$	$R_i$	$S_i$	Carte de la moyenne			Carte de l'étendue			Carte de l'écart-type		
	1	2	3	4	5				LC	LIC	LSC	LC	LIC	LSC	LC	LIC	LSC
1	1027,50	992,93	1036,99	1035,98	992,42	1017,1629	44,57	22,6576	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
2	1017,01	999,25	991,29	971,61	1014,59	998,7491	45,40	18,5546	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
3	1014,56	973,07	989,22	986,27	982,43	989,1125	41,49	15,4733	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
4	996,38	940,18	1001,61	980,87	1000,53	983,9141	61,43	25,8184	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
5	1025,39	979,14	1010,42	1000,28	1021,39	1007,3255	46,25	18,5597	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
6	998,95	994,04	1026,30	984,56	972,49	995,2698	53,81	20,0726	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
7	1020,62	981,40	1002,40	1002,28	1000,11	1001,3632	39,22	13,8994	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
8	976,42	986,09	1007,61	998,96	997,89	993,3942	31,19	12,1932	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
9	983,15	1005,16	1012,85	1006,34	1004,71	1002,4435	29,70	11,2711	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
10	1014,82	995,16	1008,51	996,79	1011,66	1005,3875	19,66	8,8961	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
11	1008,23	988,07	1011,31	1005,47	989,08	1000,4324	23,24	11,0261	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
12	1004,21	992,29	994,81	971,06	995,26	991,5251	33,15	12,2993	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
13	1009,31	976,56	1003,68	1000,34	994,66	996,9116	32,76	12,5579	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
14	976,21	990,93	996,96	1002,40	1002,28	993,7558	26,20	10,8809	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
15	1030,83	1004,36	1002,37	971,26	1000,02	1001,7672	59,57	21,1277	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
16	1002,44	970,39	985,18	979,30	994,38	986,3356	32,05	12,5424	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
17	1017,77	1003,23	1014,11	999,91	1000,52	1007,1071	17,86	8,2598	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
18	1021,12	971,64	990,24	990,14	1019,95	998,6161	49,48	21,3972	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
19	1010,17	1004,20	973,59	1024,52	998,21	1002,1382	50,93	18,7103	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46
20	1016,98	993,23	1012,40	996,00	993,74	1002,4672	23,75	11,3195	1000	979,87	1020,13	34,89	0	73,77	14,1	0	29,46

Graphiques des cartes:



Interprétations:

On remarque que, dans les trois cartes, tous les points appartiennent aux limites naturelles de contrôle. On dit que le processus est statistiquement sous contrôle et il n'y a pas des causes spéciales de variation à signaler.

### 3. On suppose que la société ne dispose pas de normes de contrôle:

#### a. Comment appliquer les cartes aux mesures dans cette situation?

Si le processus comprend des inconnus on procède à des estimations des paramètres pour appliquer les cartes de contrôle aux mesures de phase I. Il s'agit d'estimer la valeur de  $\mu$  et  $\sigma$  pour appliquer les cartes  $\bar{X}$ , R et S.

On utilise les formules suivantes:

#### Estimations

$$\begin{aligned} - \quad \mu &= \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \\ - \quad \sigma &= \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{\bar{S}}{c_4} \end{aligned}$$

#### Carte de la moyenne:

$$LC = \mu \quad LSC = \mu + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad LIC = \mu - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\text{Avec: } \mu = \bar{X} \quad \sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{\bar{S}}{c_4}$$

$$\text{On pose: } A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \quad \text{et } A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}}$$

$$LC = \bar{X} \quad LSC = \bar{X} + A_2 \bar{R} \quad LIC = \bar{X} - A_2 \bar{R}$$

Ou:

$$LC = \bar{X} \quad LSC = \bar{X} + A_3 \bar{S} \quad LIC = \bar{X} - A_3 \bar{S}$$

Avec ces limites on ajoute les points de coordonnées (i,  $\bar{X}_i$ ) (i présente l'indice de l'échantillon)

#### Carte de l'étendue:

$$LC = \bar{R} \quad LSC = \bar{R} + 3 \frac{d_3}{d_2} \bar{R} \quad LIC = \bar{R} - 3 \frac{d_3}{d_2} \bar{R}$$

$$\text{On pose: } D_3 = \sup \left\{ 1 - 3 \frac{d_3}{d_2}, 0 \right\} \quad \text{et } D_4 = 1 + 3 \frac{d_3}{d_2}$$

$$LC = \bar{R} \quad LSC = D_4 \bar{R} \quad LIC = D_3 \bar{R}$$

Avec ces limites on ajoute les points de coordonnées (i,  $R_i$ ) (i présente l'indice de l'échantillon)

#### Carte de l'écart-type:

$$LC = \bar{S} \quad LSC = \left( 1 + 3 \sqrt{\frac{1}{c_4^2} - 1} \right) \bar{S} \quad LIC = \left( 1 - 3 \sqrt{\frac{1}{c_4^2} - 1} \right) \bar{S}$$

On pose:  $B_3 = \sup \left\{ 1 - 3 \sqrt{\frac{1}{c_4^2} - 1}, 0 \right\}$  et  $B_4 = 1 + 3 \sqrt{\frac{1}{c_4^2} - 1}$

$LC = \bar{S}$      $LSC = B_4 \bar{S}$      $LSC = B_3 \bar{S}$

Avec ces limites on ajoute les points de coordonnées (i, Si) (i présente l'indice de l'échantillon)

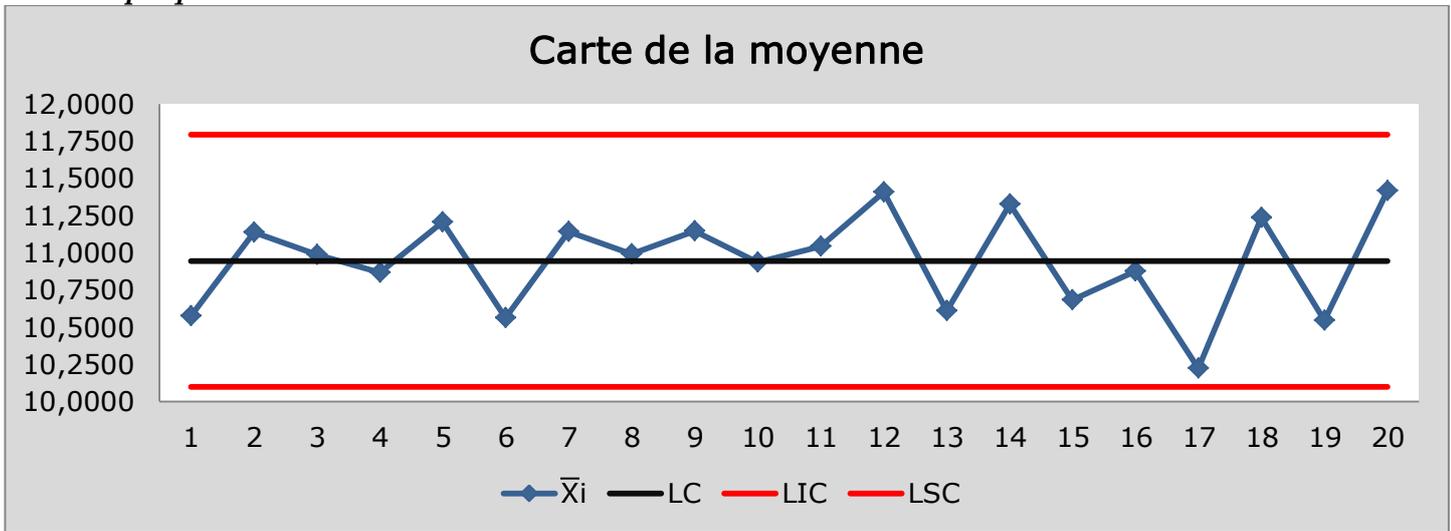
**b. Appliquer et interpréter ces cartes.**

**Contrôle des Glucide**

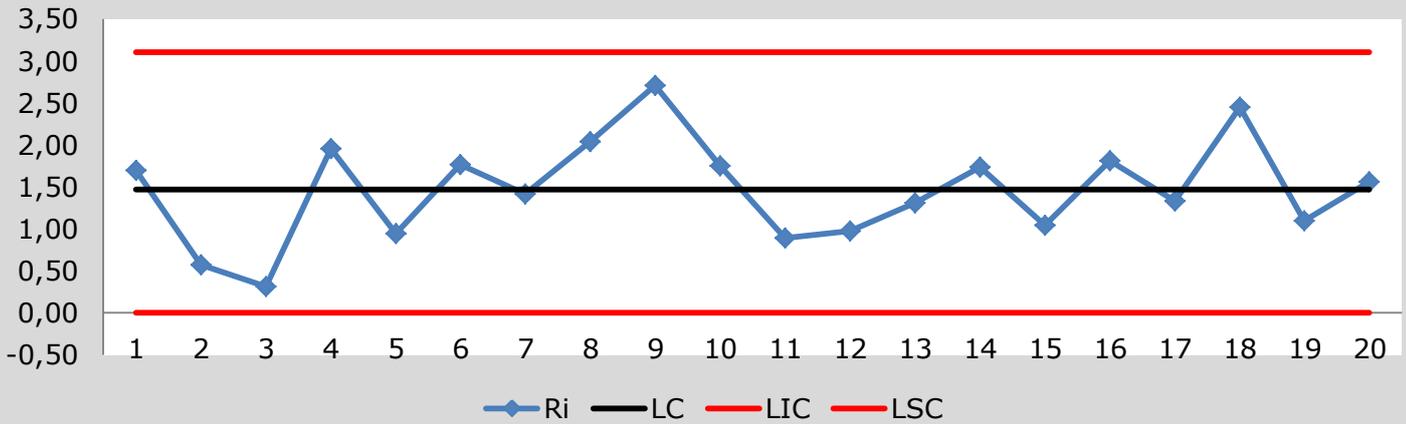
Calcul des valeurs  $\bar{X}_i$ ,  $R_i$ ,  $S_i$  et des limites des cartes

									Carte de la moyenne			Carte de l'étendue			Carte de l'écart-type		
	1	2	3	4	5	$\bar{X}_i$	$R_i$	$S_i$	LC	LIC	LSC	LC	LIC	LSC	LC	LIC	LSC
1	11,08	11,25	9,55	10,37	10,63	10,5767	1,70	0,6719	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
2	11,00	11,05	10,92	11,49	11,23	11,1375	0,57	0,2285	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
3	11,17	11,02	11,02	10,86	10,87	10,9894	0,32	0,1298	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
4	11,75	10,84	10,83	11,14	9,79	10,8694	1,95	0,7075	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
5	11,60	10,66	11,19	11,40	11,19	11,2086	0,94	0,3514	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
6	10,97	11,06	9,29	10,47	11,03	10,5634	1,77	0,7509	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
7	11,82	11,25	10,87	11,36	10,40	11,1405	1,42	0,5339	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
8	10,60	11,26	11,96	9,92	11,22	10,9934	2,04	0,7685	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
9	12,19	11,18	9,49	11,45	11,43	11,1479	2,71	1,0038	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
10	10,66	11,64	9,89	10,86	11,64	10,9382	1,75	0,7360	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
11	10,88	10,71	11,33	10,70	11,59	11,0424	0,89	0,3992	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
12	11,58	10,98	11,44	11,08	11,95	11,4079	0,97	0,3940	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
13	10,86	11,05	10,22	11,12	9,80	10,6098	1,31	0,5727	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
14	11,23	11,33	12,31	10,57	11,18	11,3250	1,74	0,6260	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
15	10,77	11,10	10,78	10,06	10,70	10,6838	1,04	0,3806	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
16	11,20	11,29	10,35	11,68	9,86	10,8751	1,81	0,7447	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
17	10,73	10,37	10,59	10,05	9,40	10,2249	1,33	0,5308	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
18	11,28	11,75	9,64	12,09	11,41	11,2365	2,45	0,9461	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
19	10,81	10,19	11,03	10,77	9,93	10,5473	1,10	0,4641	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
20	11,55	12,19	12,00	10,63	10,71	11,4187	1,56	0,7198	10,9468	10,0993	11,7944	1,4689	0	3,1052	0,5830	0	1,2179
						10,9468	1,4689	0,5830									

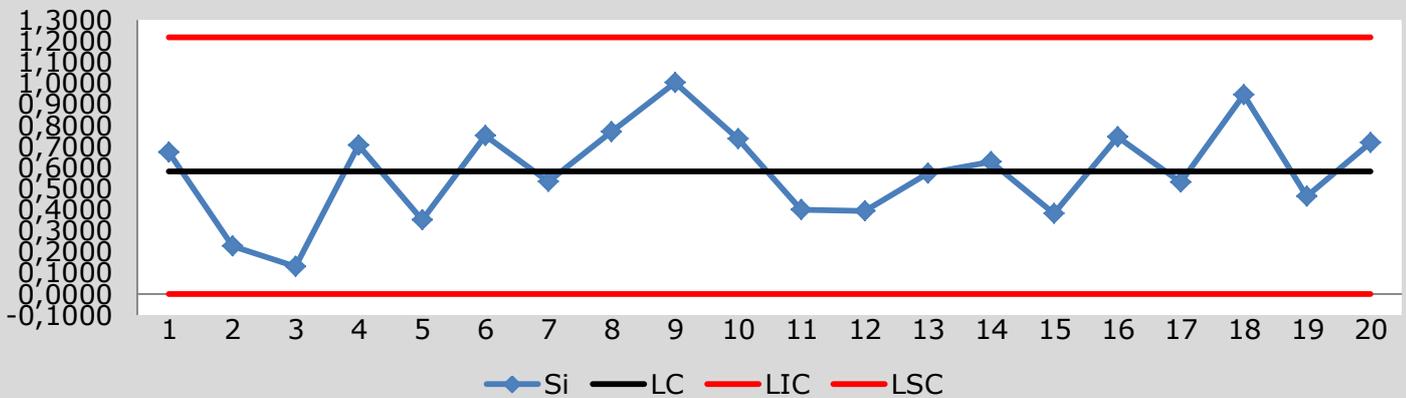
*Graphiques des cartes*



### Carte de l'étendue



### Carte de l'écart-type



#### Interprétations

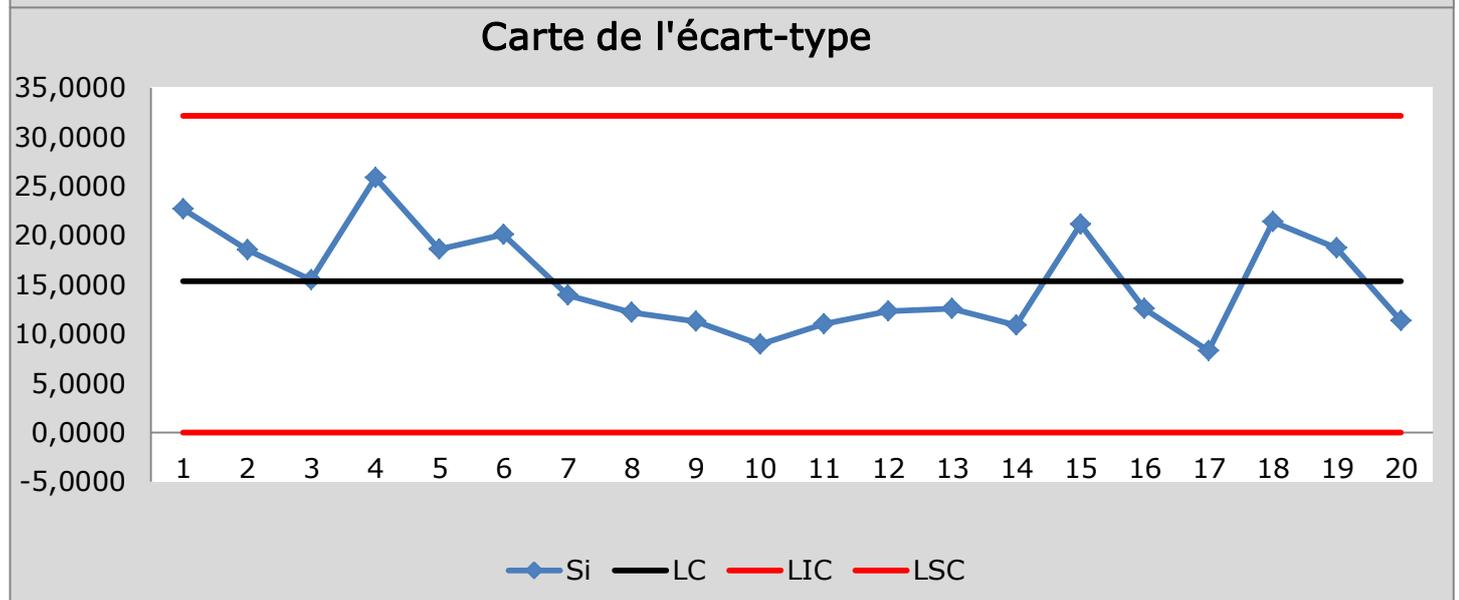
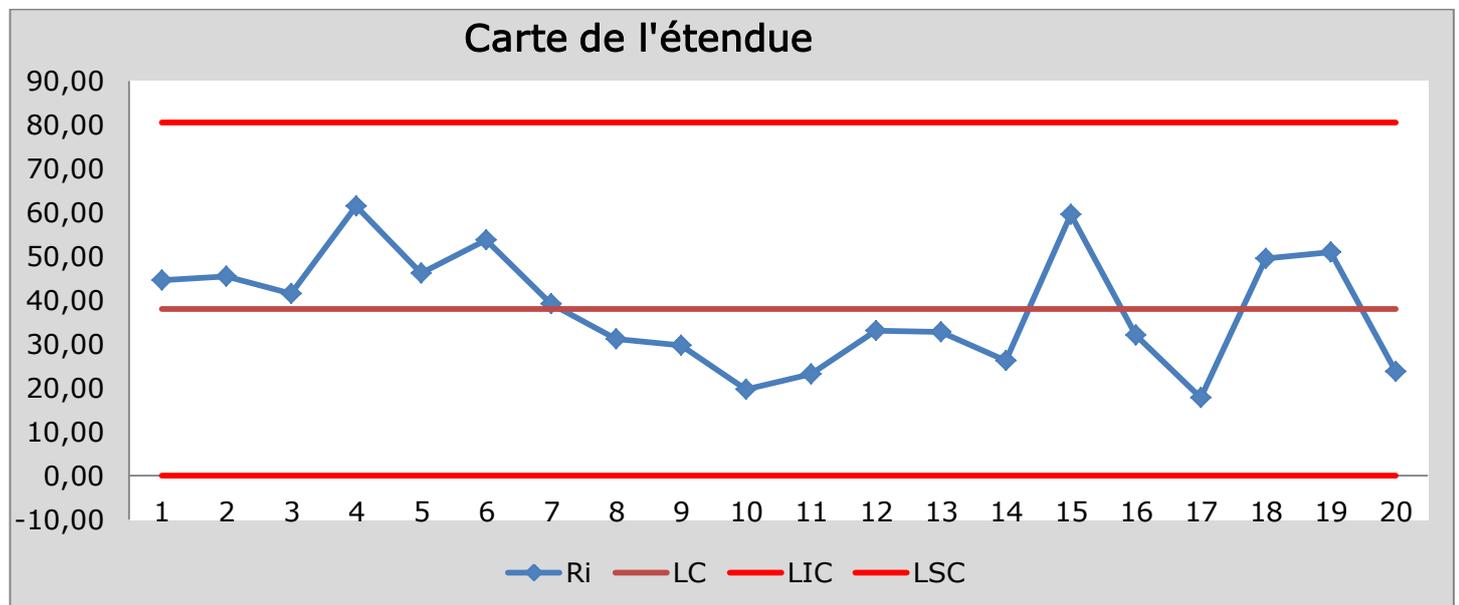
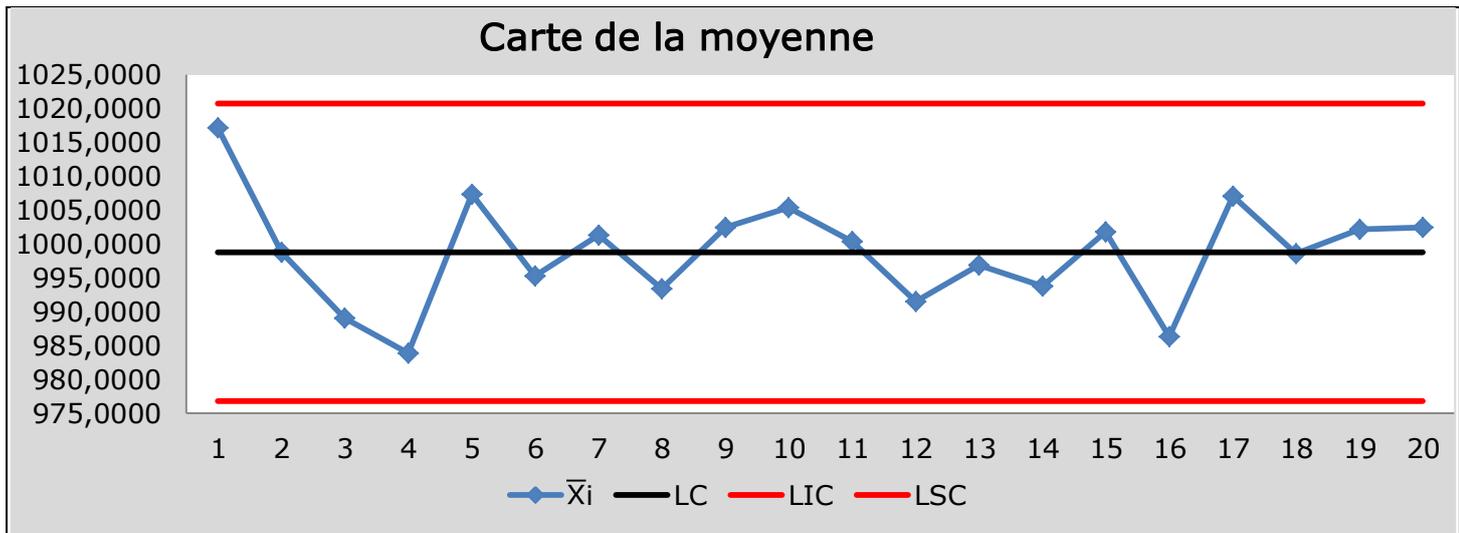
On remarque que, dans les trois cartes, tous les points appartiennent aux limites naturelles de contrôle. On dit que le processus est statistiquement sous contrôle et il n'y a pas des causes spéciales de variation à signaler.

#### Contrôle du volume

Calcul des valeurs  $\bar{X}_i$ ,  $R_i$ ,  $S_i$  et des limites des cartes

	1	2	3	4	5	$\bar{X}_i$	$R_i$	$S_i$	Carte de la moyenne			Carte de l'étendue			Carte de l'écart-type		
									LC	LIC	LSC	LC	LIC	LSC	LC	LIC	LSC
1	1027,50	992,93	1036,99	1035,98	992,42	1017,1629	44,57	22,6576	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
2	1017,01	999,25	991,29	971,61	1014,59	998,7491	45,40	18,5546	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
3	1014,56	973,07	989,22	986,27	982,43	989,1125	41,49	15,4733	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
4	996,38	940,18	1001,61	980,87	1000,53	983,9141	61,43	25,8184	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
5	1025,39	979,14	1010,42	1000,28	1021,39	1007,3255	46,25	18,5597	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
6	998,95	994,04	1026,30	984,56	972,49	995,2698	53,81	20,0726	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
7	1020,62	981,40	1002,40	1002,28	1000,11	1001,3632	39,22	13,8994	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
8	976,42	986,09	1007,61	998,96	997,89	993,3942	31,19	12,1932	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
9	983,15	1005,16	1012,85	1006,34	1004,71	1002,4435	29,70	11,2711	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
10	1014,82	995,16	1008,51	996,79	1011,66	1005,3875	19,66	8,8961	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
11	1008,23	988,07	1011,31	1005,47	989,08	1000,4324	23,24	11,0261	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
12	1004,21	992,29	994,81	971,06	995,26	991,5251	33,15	12,2993	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
13	1009,31	976,56	1003,68	1000,34	994,66	996,9116	32,76	12,5579	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
14	976,21	990,93	996,96	1002,40	1002,28	993,7558	26,20	10,8809	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
15	1030,83	1004,36	1002,37	971,26	1000,02	1001,7672	59,57	21,1277	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
16	1002,44	970,39	985,18	979,30	994,38	986,3356	32,05	12,5424	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
17	1017,77	1003,23	1014,11	999,91	1000,52	1007,1071	17,86	8,2598	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
18	1021,12	971,64	990,24	990,14	1019,95	998,6161	49,48	21,3972	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
19	1010,17	1004,20	973,59	1024,52	998,21	1002,1382	50,93	18,7103	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
20	1016,98	993,23	1012,40	996,00	993,74	1002,4672	23,75	11,3195	998,7589	976,784	1020,7	38,0850	0	80,512	15,3759	0	32,12
						998,7589	38,0850	15,3759									

Graphiques des cartes



### Interprétations

On remarque que, dans les trois cartes, tous les points appartiennent aux limites naturelles de contrôle. On dit que le processus est statistiquement sous contrôle et il n'y a pas des causes spéciales de variation à signaler.

## 4. Calculer les limites de surveillances des cartes aux mesures, expliquer l'utilisation de ces limites ensuite tracer ces cartes avec ces limites et interpréter.

L'exploitation des limites de surveillances permettra de remédier par intervention de réglage du processus avant d'avoir des échantillons rejeté ou des dérives du procédé. Les règles complémentaires (de Western Electric et de Nelson) sont applicables que lorsque ces limites sont calculées et ajoutées aux cartes de contrôles.

On distingue les limites de surveillances à  $\pm 1\sigma$  et celles à  $\pm 2\sigma$ .

On note:

- LIS1: la limite inférieure de surveillance à  $-1\sigma$ ,
- LSS1: la limite supérieure de surveillance à  $+1\sigma$ ,
- LIS2: la limite inférieure de surveillance à  $-2\sigma$ ,
- LSS2: la limite supérieure de surveillance à  $+2\sigma$ ,

On va se limiter de tracer les graphiques des cartes de contrôle de Glucides de phase II, c à d avec  $\mu_0=11$  et  $\sigma_0=0.5$ .

### Formules:

#### Carte de la moyenne de Phase II

$$LSS_2 = \mu_0 + 2 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \quad LIS_2 = \mu_0 - 2 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$$

$$LSS_1 = \mu_0 + \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \quad LIS_1 = \mu_0 - \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$$

#### Carte de l'étendue de Phase II

$$LSS_2 = (d_2 + 2d_3)\sigma_0 \quad LIS_2 = (d_2 - 2d_3)\sigma_0$$

$$LSS_1 = (d_2 + d_3)\sigma_0 \quad LIS_1 = (d_2 - d_3)\sigma_0$$

Si le calcul de LIS donne un résultat négatif, le résultat est remplacé par 0

#### Carte de l'écart-type de Phase II

$$LSS_2 = (c_4 + 2\sqrt{1-c_4^2})\sigma_0 \quad LIS_2 = (c_4 - 2\sqrt{1-c_4^2})\sigma_0$$

$$LSS_1 = (c_4 + \sqrt{1-c_4^2})\sigma_0 \quad LIS_1 = (c_4 - \sqrt{1-c_4^2})\sigma_0$$

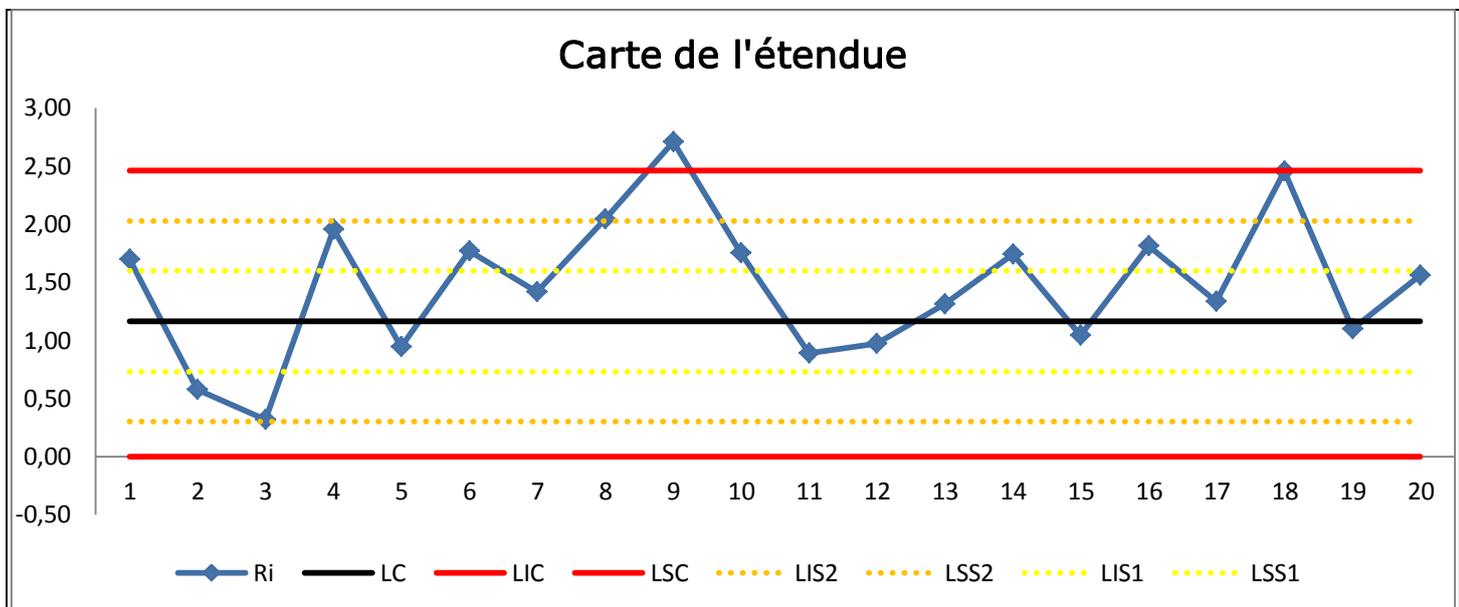
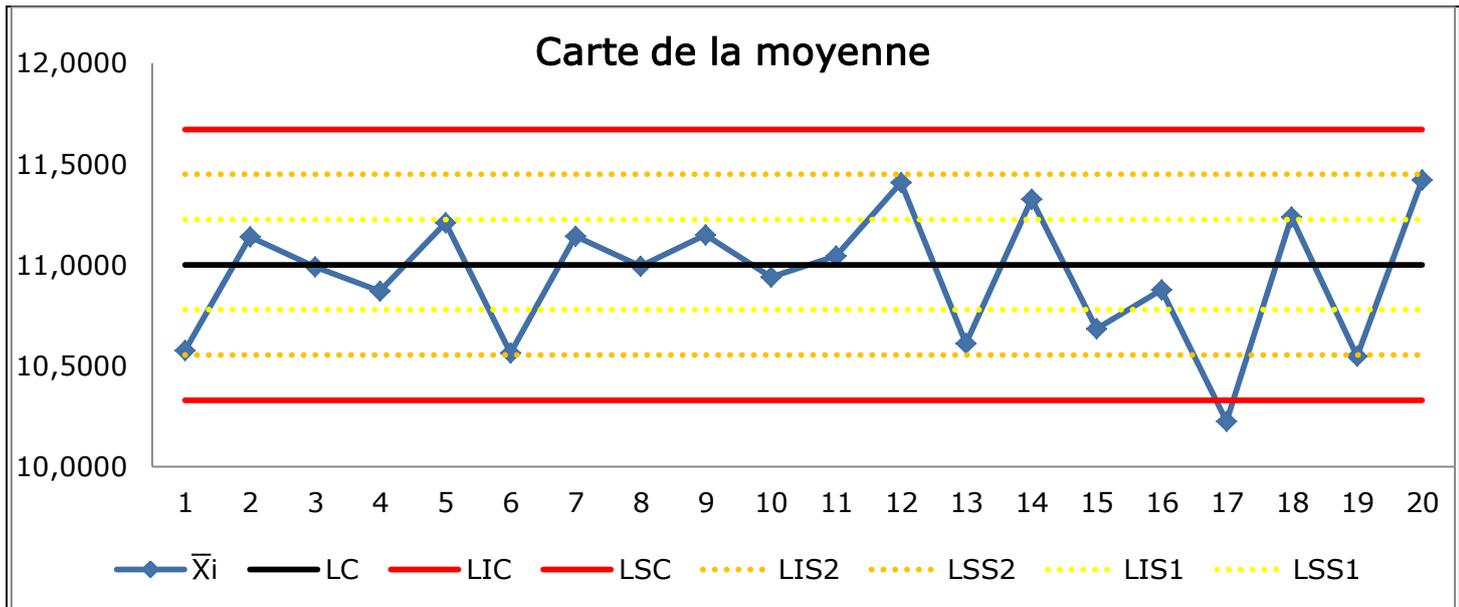
Si le calcul de LIS donne un résultat négatif, le résultat est remplacé par 0

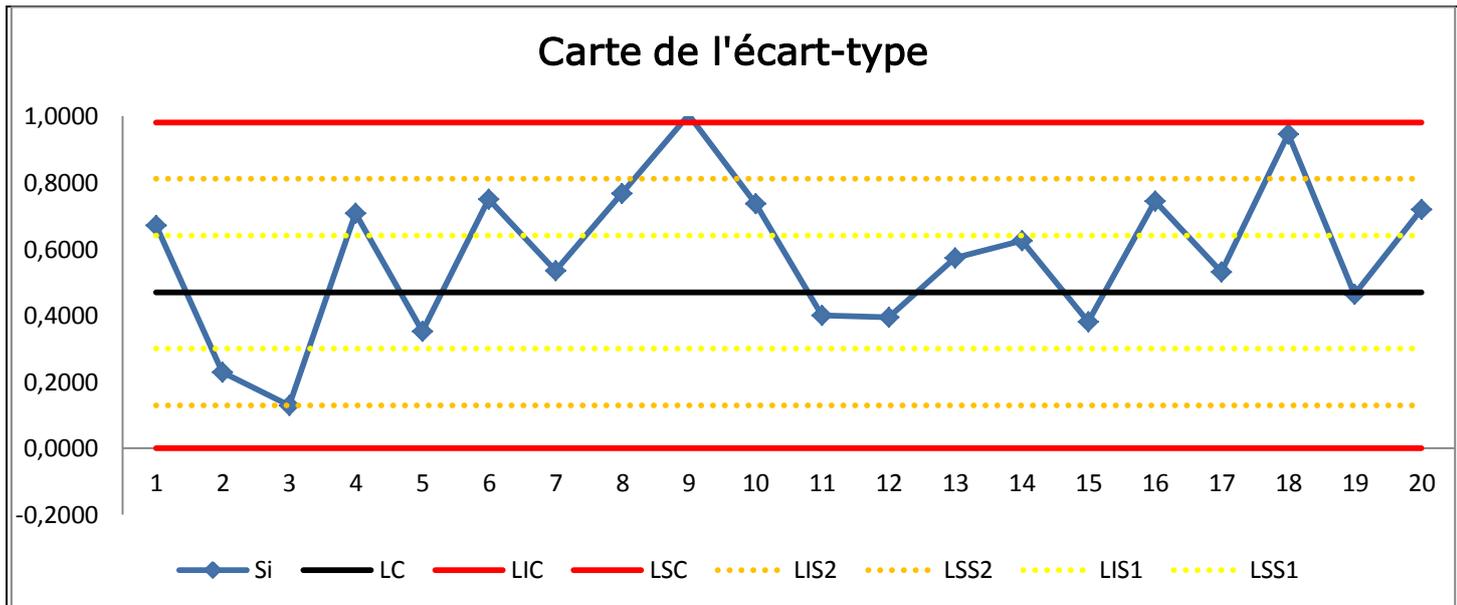
#### Carte de la moyenne de Phase I

Limites en utilisant  $\bar{R}$  :

$$LSS_2 = \bar{\bar{X}} + \frac{2}{d_2\sqrt{n}} \bar{R} \quad LIS_2 = \bar{\bar{X}} - \frac{2}{d_2\sqrt{n}} \bar{R}$$







**Interprétations:**

On remarque que:

Dans la carte de la moyenne:

- Le point 17 sort des limites naturelles
- Le point 19 vérifie la règle: 2 sur 3 points > 2s de la ligne centrale (du même côté)

Dans la carte de l'étendue:

- Le point 9 sort des limites naturelles
- Le point 10 vérifie la règle: 4 sur 5 points > 1s de la ligne centrale (du même côté)

Dans la carte de l'écart-type:

- Le point 9 sort des limites naturelles
- Le point 10 vérifie la règle: 4 sur 5 points > 1s de la ligne centrale (du même côté)

On dit que le processus est statistiquement hors contrôle et témoigne la présence d'une cause spéciale de variation qui nécessite une intervention

## Partie 4: Les cartes de contrôle aux attributs

**Remarques:**

- Le prélèvement de 6 échantillons de taille 50 est insuffisant pour appliquer les cartes de contrôle aux attributs, il est nécessaire de prélever au moins 20 échantillons de taille 100 chacun.
- Les prélèvements sont bien repartis sur le processus de fabrication.
- Dans cette étude on va ignorer la vérification de la normalité des variables puisque le prélèvement se fait par échantillonnage et dans ce cas la distribution des moyennes d'échantillons se rapprochent d'une loi de Gauss.

### 1. Expliquer l'utilisation des cartes aux mesures de phase II

Les cartes aux mesures de phase II, appelées aussi cartes aux valeurs standards, sont utilisées lorsque le processus ne comprend pas des inconnus et la société dispose des valeurs cibles ou bien des normes à respecter. Il s'agit d'une proportion **P** pour la carte P et d'un nombre **c** pour la carte c.

## 2. Appliquer et interpréter les cartes P et c pour cette société

Puisque les normes sont connues on utilise les cartes aux attributs de phase II:

### La carte P

$$LC = P \quad LSC = P + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n_i}} \quad LIC = P - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n_i}}$$

Si le calcul de LIC donne un résultat négatif, le résultat est remplacé par 0

Avec ces limites on ajoute les points de coordonnées (i, Pi) avec i présente l'indice de

l'échantillon i et  $P_i = \frac{d_i}{n_i}$ .

### La carte c

$$LC = c \quad LSC = c + 3\sqrt{c} \quad LIC = c - 3\sqrt{c}$$

Si le calcul de LIC donne un résultat négatif, ce résultat est remplacé par 0.

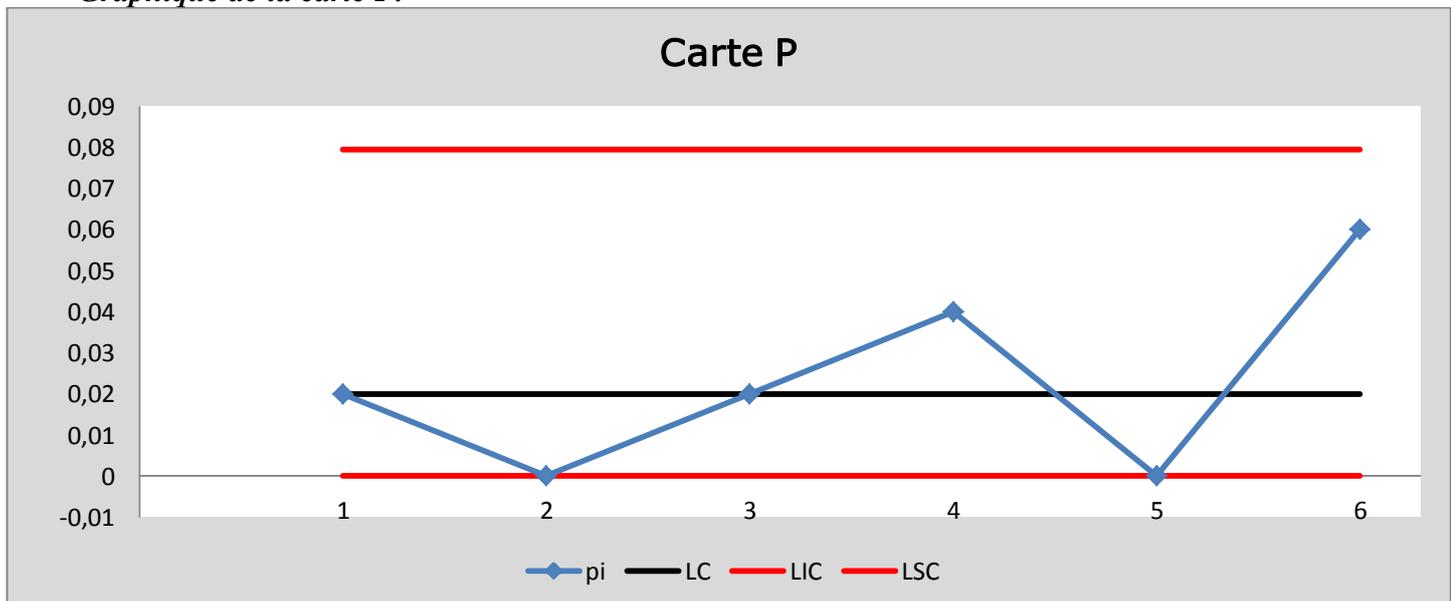
Avec ces limites on ajoute les points de coordonnées (i, ci) avec i présente l'indice de l'échantillon i.

## Contrôle de la proportion des emballages non conforme: Carte p

### Calcul des valeurs Pi et des limites de la carte P:

	$n_i$	$d_i$	$p_i$	$c_i$	$c_{i1}$	$c_{i2}$	$c_{i3}$	Carte P			Carte c		
								LC	LIC	LSC	LC	LIC	LSC
1	50	1	0,02	2	1	0	1	0,02	0	0,0794	6	0	13,3485
2	50	0	0	0	0	0	0	0,02	0	0,0794	6	0	13,3485
3	50	1	0,02	1	0	0	1	0,02	0	0,0794	6	0	13,3485
4	50	2	0,04	4	1	1	2	0,02	0	0,0794	6	0	13,3485
5	50	0	0	0	0	0	0	0,02	0	0,0794	6	0	13,3485
6	50	3	0,06	6	2	1	3	0,02	0	0,0794	6	0	13,3485

### Graphique de la carte P:



**Interprétation:**

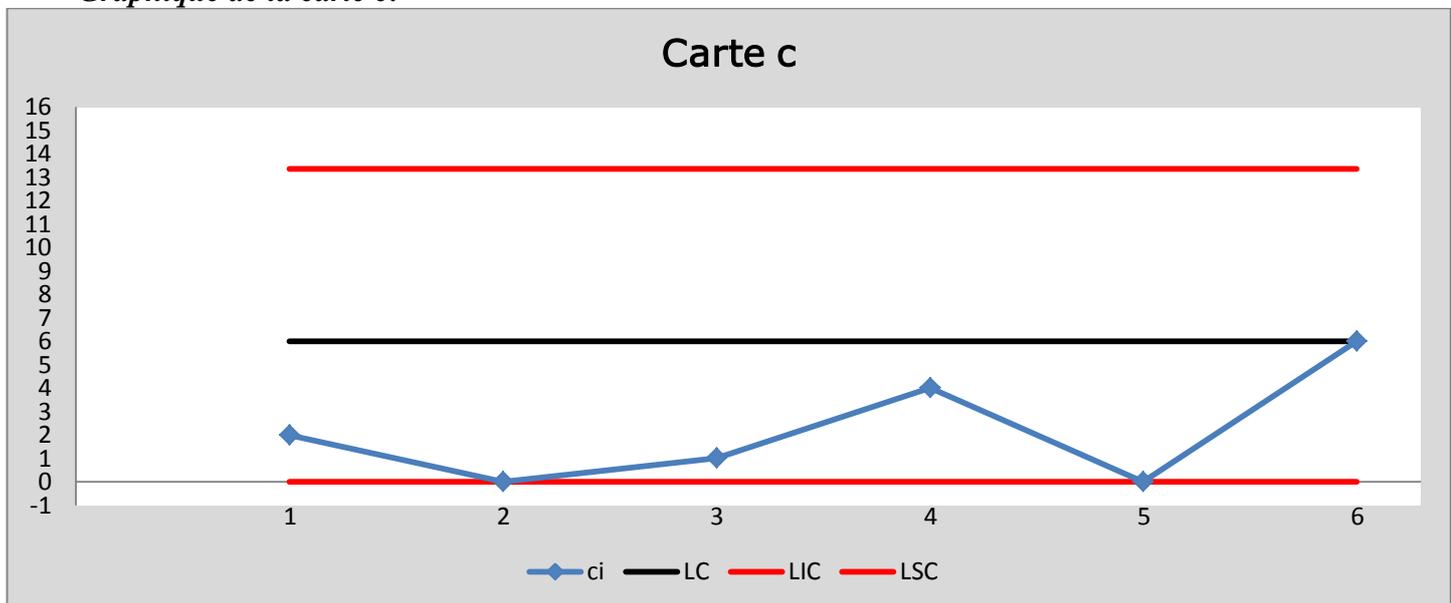
On remarque que tous les points appartiennent aux limites naturelles de contrôles, le processus est statistiquement sous contrôle et pas de cause spéciales ou assignable de variation qui nécessite une intervention corrective.

**Contrôle du nombre de défauts: Carte c**

*Calcul des limites de la carte c:*

	$n_i$	$d_i$	$p_i$	$c_i$	$c_{i1}$	$c_{i2}$	$c_{i3}$	Carte P			Carte c		
								LC	LIC	LSC	LC	LIC	LSC
1	50	1	0,02	2	1	0	1	0,02	0	0,0794	6	0	13,3485
2	50	0	0	0	0	0	0	0,02	0	0,0794	6	0	13,3485
3	50	1	0,02	1	0	0	1	0,02	0	0,0794	6	0	13,3485
4	50	2	0,04	4	1	1	2	0,02	0	0,0794	6	0	13,3485
5	50	0	0	0	0	0	0	0,02	0	0,0794	6	0	13,3485
6	50	3	0,06	6	2	1	3	0,02	0	0,0794	6	0	13,3485

*Graphique de la carte c:*



**Interprétation:**

On remarque que tous les points appartiennent aux limites naturelles de contrôles, le processus est statistiquement sous contrôle et pas de cause spéciales ou assignable de variation qui nécessite une intervention corrective.

**3. On suppose que la société ne dispose pas de normes de contrôle:**

**a. Comment appliquer les cartes aux attributs dans cette situation?**

Si le processus comprend des inconnues on procède à des estimations des paramètres pour appliquer les cartes de contrôle aux attributs de phase I. Pour cette société il s'agit d'estimer la valeur de P pour appliquer la carte P et la valeur de c pour appliquer la carte c.

On utilise les formules suivantes:

**La carte P**

La valeur de P est estimé par  $\bar{p}$  avec:

$$\bar{p} = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_m}{n_1 + n_2 + \dots + n_m}$$

$$LC = \bar{P} \quad LSC = \bar{P} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}} \quad LIC = \bar{P} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

Si le calcul de LIC donne un résultat négatif, ce résultat est remplacé par 0  
 Avec ces limites on ajoute les points de coordonnées (i, Pi) avec i présente l'indice de l'échantillon i et  $P_i = \frac{d_i}{n_i}$ .

**La carte c**

La valeur de c est estimé par  $\bar{c}$  avec:

$$\bar{c} = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_m}{m}$$

$$LC = \bar{c} \quad LSC = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \quad LIC = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

Si le calcul de LIC donne un résultat négatif, ce résultat est remplacé par 0.  
 Avec ces limites on ajoute les points de coordonnées (i, ci) avec i présente l'indice de l'échantillon i.

**b. Appliquer et interpréter ces cartes.**

**Contrôle de la proportion des emballages non conforme: Carte p**

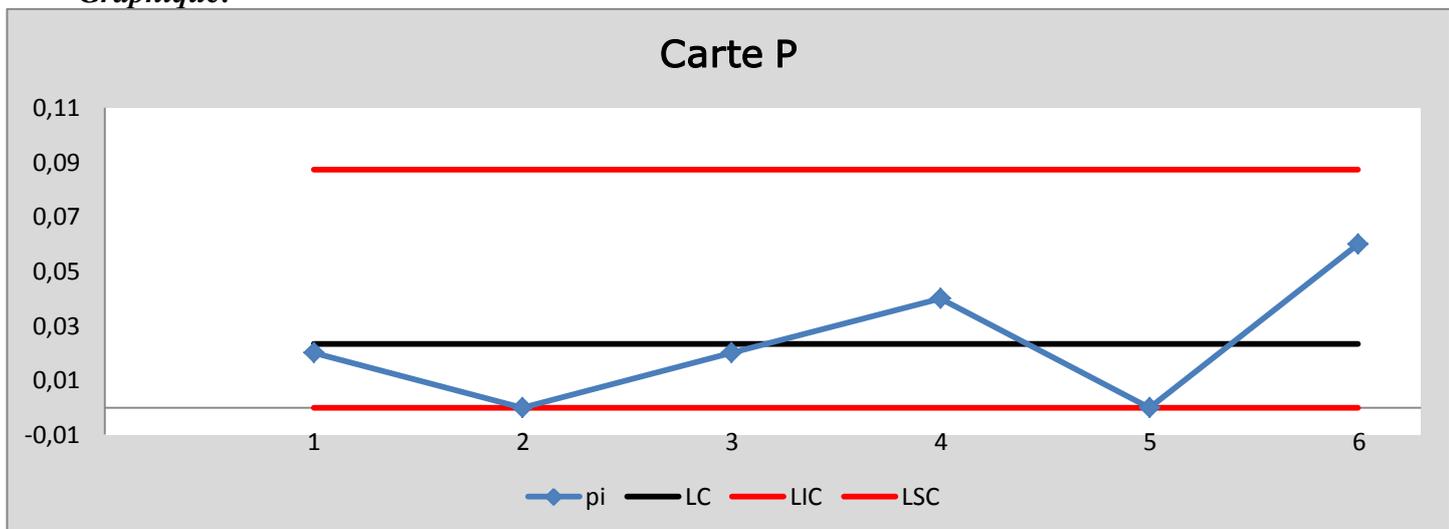
*Estimation:*

$$\bar{P} = \frac{7}{300} = 0.0233$$

*Calcul des limites:*

	n <sub>i</sub>	d <sub>i</sub>	p <sub>i</sub>	c <sub>i</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	Carte P			Carte c		
								LC	LIC	LSC	LC	LIC	LSC
1	50	1	0,02	2	1	0	1	0,0233	0	0,0873	2,1667	0	6,5826
2	50	0	0	0	0	0	0	0,0233	0	0,0873	2,1667	0	6,5826
3	50	1	0,02	1	0	0	1	0,0233	0	0,0873	2,1667	0	6,5826
4	50	2	0,04	4	1	1	2	0,0233	0	0,0873	2,1667	0	6,5826
5	50	0	0	0	0	0	0	0,0233	0	0,0873	2,1667	0	6,5826
6	50	3	0,06	6	2	1	3	0,0233	0	0,0873	2,1667	0	6,5826

*Graphique:*



*Interprétation:*

On remarque que tous les points appartiennent aux limites naturelles de contrôles, le processus est statistiquement sous contrôle et pas de cause spéciales ou assignable de variation qui nécessite une intervention corrective.

**Contrôle du nombre de défauts: Carte c**

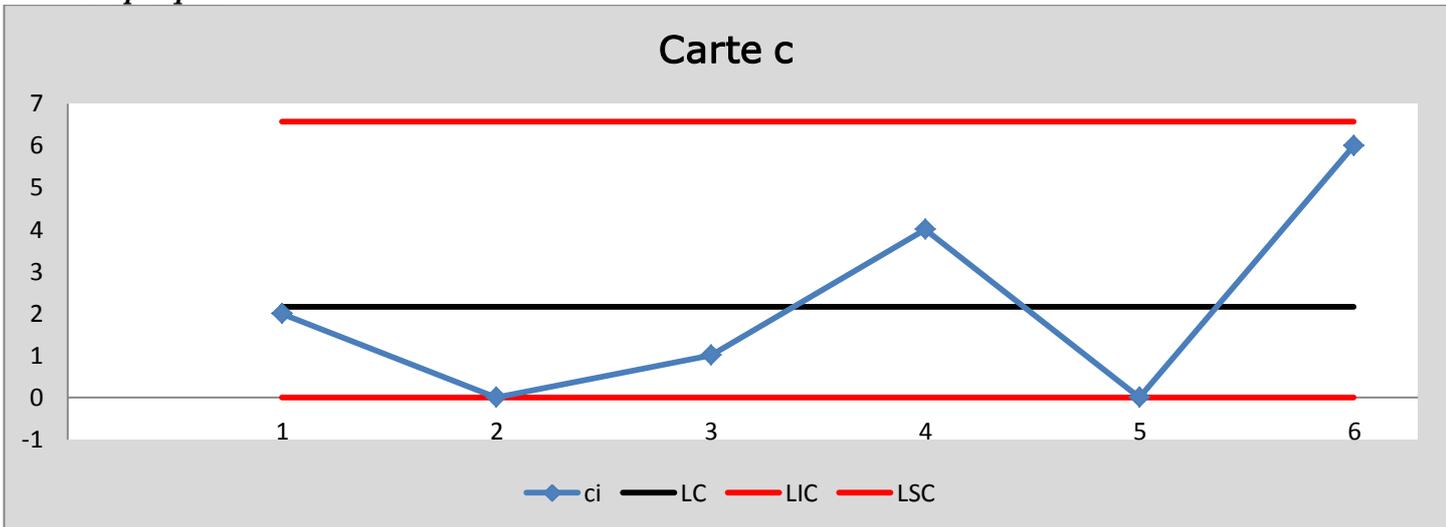
*Estimation:*

$$\bar{c} = \frac{13}{6} = 2.1667$$

*Calcul des limites:*

	n <sub>i</sub>	d <sub>i</sub>	p <sub>i</sub>	c <sub>i</sub>	c <sub>i1</sub>	c <sub>i2</sub>	c <sub>i3</sub>	Carte P			Carte c		
								LC	LIC	LSC	LC	LIC	LSC
1	50	1	0,02	2	1	0	1	0,0233	0	0,0873	2,1667	0	6,5826
2	50	0	0	0	0	0	0	0,0233	0	0,0873	2,1667	0	6,5826
3	50	1	0,02	1	0	0	1	0,0233	0	0,0873	2,1667	0	6,5826
4	50	2	0,04	4	1	1	2	0,0233	0	0,0873	2,1667	0	6,5826
5	50	0	0	0	0	0	0	0,0233	0	0,0873	2,1667	0	6,5826
6	50	3	0,06	6	2	1	3	0,0233	0	0,0873	2,1667	0	6,5826

*Graphique:*



*Interprétation:*

On remarque que tous les points appartiennent aux limites naturelles de contrôles, le processus est statistiquement sous contrôle et pas de cause spéciales ou assignable de variation qui nécessite une intervention corrective.

**4. Y a-t- il d'autres cartes aux attributs que la société peut utiliser? si oui expliquer, tracer et interpréter ces cartes.**

Avec ces données deux autres cartes peuvent être appliquées par cette société:

- La carte nP: il s'agit d'une carte aux attributs utilisée pour contrôler le nombre des unités non conforme,
- La carte u: il s'agit d'une carte aux attributs utilisée pour contrôler le taux de non-conformités (le taux de défauts).

Ces deux cartes sont applicables que lorsque les échantillons prélevés sont fixe

**Carte nP:**

- Formules

$$\text{Carte nP de phase II: } LC = np \quad LSC = np + 3\sqrt{np(1-p)} \quad LIC = np - 3\sqrt{np(1-p)}$$

$$\text{Carte nP de phase I: } LC = n\bar{p} \quad LSC = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \quad LIC = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

Avec ces limites on ajoute les points de coordonnées (i, di) avec i présente l'indice de l'échantillon i.

**Carte u:**

– Formules:

$$\text{Carte u de phase II: } LC = u \quad LSC = u + 3\sqrt{\frac{u}{n_i}} \quad LIC = u - 3\sqrt{\frac{u}{n_i}}$$

$$\text{Carte u de phase I: } LC = \bar{u} \quad LSC = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}} \quad LIC = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

$$\text{Avec: } \bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^m c_i}{\sum_{i=1}^m n_i} \quad \text{et} \quad u_i = \frac{c_i}{n_i}$$

Avec ces limites on ajoute les points de coordonnées (i, u<sub>i</sub>) avec i présente l'indice de l'échantillon i.

**5. Le service de la comptabilité analytique de la société montre que les coûts unitaires de fabrication de bouteille, de bouchon et de l'étiquette sont respectivement 0.075 DT, 0.03 DT et 0.01 DT.**

**a. Qu'est ce que cette information vous ajoute en terme de contrôle de la qualité?**

Lorsque les défauts sont classés par types selon un critère qui montre leurs poids ou bien leurs gravités il est important d'appliquer une carte de contrôle des démérites, appelé carte D. Cette carte présente un raffinement de la carte c. Les données fournies par la société offrent la possibilité d'appliquer cette carte puisque les défauts au niveau de l'emballage sont expliqués par trois types de défauts: défaut au niveau de bouteille, au niveau de bouchon ou bien au niveau de l'étiquette.

Le poids de chaque classe peut être exprimé par son coût de fabrication.

**b. Appliquer et interpréter la carte**

La carte D comprend les trois limites de contrôles habituelles LC, LSC et LIC avec les points de coordonnées (i, Di) avec Di présente l'indice de démérite de l'échantillon i.

Dans ce cas on peut appliquer seulement la carte D de phase I puisqu'on pas les normes indiquant le nombre de défaut par classe.

**Formules:**

$$- D_i = \sum_{j=1}^k w_j c_{ij} \quad \text{avec k présente le nombre de classe et } w_j \text{ le poids de la classe j}$$

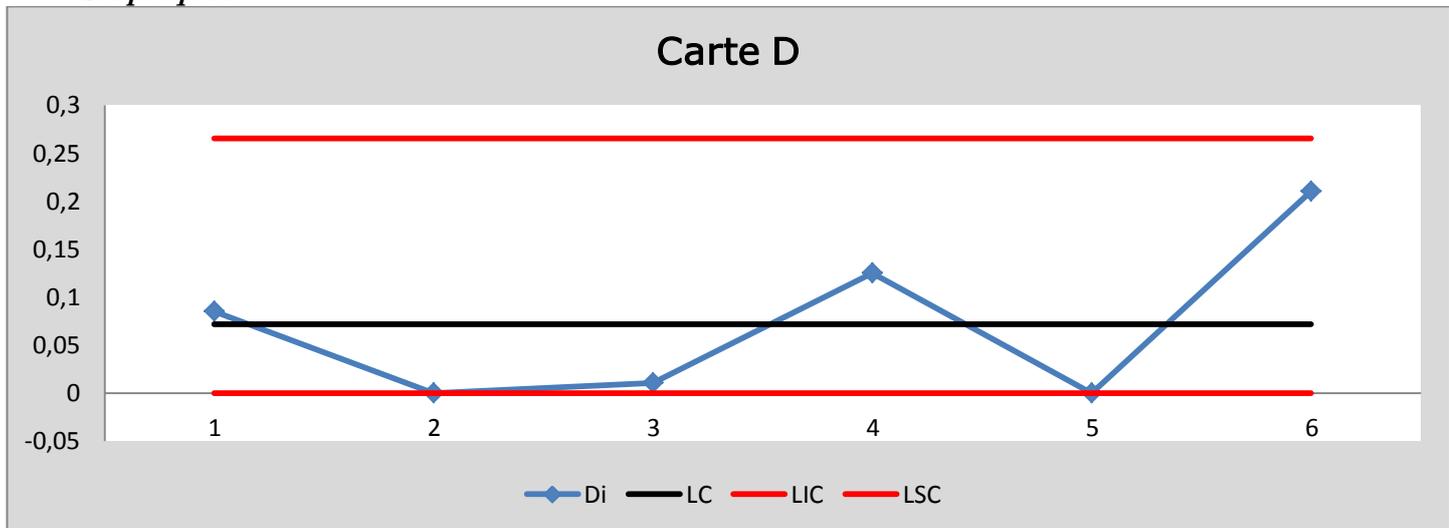
$$- \bar{c}_j = \frac{\sum_{i=1}^m c_{ij}}{m}$$

$$- LC = \bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^m D_i}{m} = \sum_{j=1}^k w_j \bar{c}_j \quad LIC = \bar{D} - 3 \sqrt{\sum_{j=1}^k w_j^2 \bar{c}_j} \quad LSC = \bar{D} + 3 \sqrt{\sum_{j=1}^k w_j^2 \bar{c}_j}$$

Calcul des limites:

					0,075	0,03	0,01	Carte D			
	$n_i$	$d_i$	$p_i$	$c_i$	$c_{i1}$	$c_{i2}$	$c_{i3}$	$D_i$	LC	LIC	LSC
1	50	1	0,02	2	1	0	1	0,085	0,0717	0,0000	0,2653
2	50	0	0	0	0	0	0	0	0,0717	0,0000	0,2653
3	50	1	0,02	1	0	0	1	0,01	0,0717	0,0000	0,2653
4	50	2	0,04	4	1	1	2	0,125	0,0717	0,0000	0,2653
5	50	0	0	0	0	0	0	0	0,0717	0,0000	0,2653
6	50	3	0,06	6	2	1	3	0,21	0,0717	0,0000	0,2653
					0,6667	0,3333	1,1667				

Graphique:



Interprétation:

On remarque que tous les points appartiennent aux limites naturelles de contrôles, le processus est statistiquement sous contrôle et pas de cause spéciales ou assignable de variation qui nécessitent une intervention corrective.

# Bibliographie

- Gerald BAILLARGEON, Plan d'échantillonnage en contrôle de la qualité, Les Editions SMG 2013.
- Tarek SADRAOUI, Ahmed GHORBEL, Wafik HACHICHA, La Gestion Statistique de la Qualité : Principes fondamentaux, Editions universitaires européennes EUE 2013.
- Roger ERNOUL, Le grand livre de la qualité, Edition AFNOR 2010.
- Daniel DURET, Maurice PILLET. Qualité en production De l'ISO 9000 à Six Sigma, 3 ed. Paris: Editions d'Organisation; 2005.
- Maurice PILLET, Six Sigma : Comment l'appliquer, Edition d'Organisation 2004.
- Agence nationale d'accréditation et d'évaluation en santé. Maîtrise statistique des processus en santé Comprendre et expérimenter. Décembre 2004.
- Maurice PILLET. Appliquer la maîtrise statistique des procédés MSP/SPC. 3 ed. Paris: Editions d'Organisation; 2003.
- Luan JAUPI, Contrôle de la qualité : MSP, analyse des performances et contrôle de réception, Edition DUNOD 2002.
- Western Electric, *Manuel du contrôle statistique de la qualité*, <http://www.fr-deming.org/WECSQ.pdf>.
- <http://www.iutbayonne.univ-pau.fr/~grau/STID/cadrereception.html>.
- <http://www.logistiqueconseil.org/Articles/Entrepot-magasin/Reception-contrôle-stock.html>.
- [http://ressources.aunege.fr/nuxeo/site/esupversions/d746d9f6-9e2f-427a-bf2b-b03a9adcd99c/co/Module\\_gestion\\_flux\\_61.html](http://ressources.aunege.fr/nuxeo/site/esupversions/d746d9f6-9e2f-427a-bf2b-b03a9adcd99c/co/Module_gestion_flux_61.html).

# Annexe

## Les coefficients de Shewhart

$n$	$d_2$	$d_3$	$c_4$	$A$	$A_2$	$A_3$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$D_6$
2	1,128	0,853	0,7979	2,121	1,880	2,659	0	3,267	0	2,606	0	3,267	0	3,686
3	1,693	0,888	0,8862	1,732	1,023	1,954	0	2,568	0	2,276	0	2,574	0	4,358
4	2,059	0,880	0,9213	1,500	0,729	1,628	0	2,266	0	2,088	0	2,282	0	4,698
5	2,326	0,864	0,9400	1,342	0,577	1,427	0	2,089	0	1,964	0	2,114	0	4,918
6	2,534	0,848	0,9515	1,225	0,483	1,287	0,030	1,970	0,029	1,874	0	2,004	0	5,078
7	2,704	0,833	0,9594	1,134	0,419	1,182	0,118	1,882	0,113	1,804	0,076	1,924	0,205	5,203
8	2,847	0,820	0,9650	1,061	0,373	1,099	0,185	1,815	0,178	1,752	0,136	1,864	0,387	5,307
9	2,970	0,808	0,9693	1,000	0,337	1,032	0,239	1,761	0,232	1,707	0,184	1,816	0,546	5,394
10	3,078	0,797	0,9727	0,949	0,308	0,975	0,284	1,716	0,277	1,669	0,223	1,777	0,687	5,469
11	3,173	0,787	0,9754	0,905	0,285	0,927	0,321	1,679	0,314	1,637	0,256	1,744	0,812	5,534
12	3,258	0,778	0,9776	0,866	0,266	0,886	0,354	1,646	0,346	1,609	0,283	1,717	0,924	5,592
13	3,336	0,770	0,9794	0,832	0,249	0,850	0,382	1,618	0,374	1,585	0,307	1,693	1,026	5,646
14	3,407	0,762	0,9810	0,802	0,235	0,817	0,406	1,594	0,399	1,563	0,328	1,672	1,121	5,693
15	3,472	0,755	0,9823	0,775	0,223	0,789	0,428	1,572	0,420	1,544	0,347	1,653	1,207	5,937
20	3,735	0,729	0,9869	0,671	0,180	0,680	0,510	1,490	0,503	1,471	0,415	1,585	1,548	5,922